

Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Ciências e Tecnologia  
Unidade Acadêmica de Física

# LABORATÓRIO DE ÓPTICA ELETRICIDADE E MAGNETISMO FÍSICA EXPERIMENTAL II



2012.1



# PREFÁCIO 2012.1

Esta apostila foi editada com o objetivo de auxiliar os alunos no entendimento dos assuntos e das experiências realizadas no decorrer do cronograma de curso da disciplina de Laboratório de Ótica Eletricidade e Magnetismo - Física Experimental II. O Curso é fornecido pela Unidade Acadêmica de Física - UAF do Centro de Ciências e Tecnologia - CCT da Universidade Federal de Campina Grande. Essa versão será adotada no período 2012.1 é resultado de um melhoramento de edições anteriores. Nela encontra-se o resumo acerca da fundamentação teórica para a realização dos experimentos. Anteriormente escrita pelo professor Pedro Luís de Nascimento e outros, foi revisada e aperfeiçoada pela equipe abaixo:

***Pedro Luiz do Nascimento (Professor)***

***Laerson Duarte da Silva***

***Lincoln Araújo***

***Anthony Josean (Técnico)***

***Walbert Willis de Negreiros Gomes (Monitor)***

Ao longo deste curso as várias grandezas utilizadas serão apresentadas no Sistema Internacional de Unidades; seguiremos ainda as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

# SUMÁRIO

Unidade 1: Óptica .....	1
1  Óptica Geométrica.....	2
1.1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	2
1.1.1. <i>Introdução à óptica</i> .....	2
1.1.1. <i>Histórico e dualidade onda-partícula</i> .....	3
1.1.2. <i>Princípios básicos de óptica geométrica</i> .....	4
1.1.3. <i>Breve introdução sobre ondas</i> .....	4
1.1.4. <i>Natureza da luz</i> .....	5
1.1.5. <i>Conceitos básicos de óptica geométrica</i> .....	8
1.2. REFLEXÃO E REFRAÇÃO DA LUZ.....	9
1.2.1. <i>Reflexão da luz</i> .....	9
1.2.2. <i>Refração da luz</i> .....	12
1.3. SISTEMA ÓPTICO .....	16
1.3.1. <i>Espelho Plano</i> .....	17
1.3.2. <i>- Espelhos esféricos</i> .....	18
1.3.3. <i>- Lentes esféricas</i> .....	25
1.3.4. <i>- Dióptro plano</i> .....	31
1.3.5. <i>Lâmina de faces paralelas</i> .....	32
2  Fibra Óptica .....	35
2.1. COMO SURTIU.....	35
2.2. COMPOSIÇÃO .....	36
2.3. PROPRIEDADE DA FIBRA ÓPTICA .....	38
2.4. APLICAÇÕES DA FIBRA ÓPTICA .....	38
2.5. CARACTERÍSTICAS.....	38
3  Interferência, difração e polarização.....	40
3.1. POLARIZAÇÃO DA LUZ.....	40
3.2. INTERFERÊNCIA E DIFRAÇÃO.....	41
3.2.1. <i>A rede de difração</i> .....	42
4  Procedimentos Experimentais.....	44
4.1. GUIA DO EXPERIMENTO .....	44
<i>Reflexão da Luz</i> .....	44
4.2. GUIA DO EXPERIMENTO .....	52
<i>Refração da Luz</i> .....	52
4.3. GUIA DO EXPERIMENTO .....	63
<i>Interferência, Difração e Polarização da Luz</i> .....	63
5  Instruções para os Relatórios 1ª Unidade .....	69

Unidade 2: Eletrodinâmica .....	71
6  Conceitos Fundamentais .....	72
6.1. A CARGA ELÉTRICA.....	72
6.2. A CORRENTE ELÉTRICA.....	72
6.2.1. <i>Corrente Contínua</i> .....	73
6.2.2. <i>Corrente Alternada</i> .....	74
6.3. CAMPO ELÉTRICO.....	74
6.4. DIFERENÇA DE POTENCIAL (D.D.P.).....	75
6.5. RESISTÊNCIA ELÉTRICA .....	75
6.6. POTÊNCIA ELÉTRICA.....	78
6.7. EFEITO JOULE .....	79
6.8. ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES .....	79
6.8.1. <i>Associação Série</i> .....	79
6.8.2. <i>Associação Paralela</i> .....	81
6.8.3. <i>Associação Mista</i> .....	82
6.8.4. <i>Associação Estrela – Delta</i> .....	82
6.8.5. <i>Resistor em Curto-Circuito</i> .....	83
6.9. MULTÍMETRO.....	84
6.9.1. <i>Galvanômetro</i> .....	84
6.9.2. <i>Amperímetro</i> .....	85
6.9.3. <i>Voltímetro</i> .....	87
6.9.4. <i>Ohmímetro</i> .....	88
6.9.5. <i>Multímetro</i> .....	88
6.10. CÓDIGO DE CORES DE RESISTORES.....	96
7  Medida de Resistência.....	99
7.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	99
7.1.1. <i>Ponte de Wheatstone</i> .....	99
7.1.2. <i>Resistência de um fio</i> .....	100
7.2. PRÉ VERIFICAÇÃO.....	102
7.3. GUIA DO EXPERIMENTO .....	104
2.4. RELATÓRIO .....	107
8  Elemento Resistivo Linear e Não Linear .....	108
8.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	108
8.1.1. <i>Elementos Resistivos Lineares</i> .....	108
8.1.2. <i>Elementos Resistivos Não Lineares</i> .....	108
8.1.3. <i>Como saber se um elemento obedece à lei de ohm?</i> .....	108
8.1.4. <i>Diodo</i> .....	109
8.1.5. <i>Diodo como retificador</i> .....	110
8.2. PRÉ VERIFICAÇÃO.....	113
8.3. GUIA DO EXPERIMENTO .....	115
8.4. RELATÓRIO .....	118



9	Leis de Kirchhoff em Circuitos Resistivos .....	119
9.1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	119
9.1.1.	Leis de Kirchhoff .....	119
9.1.2.	Malhas, Ramos e Nós .....	119
9.1.3.	Lei dos Nós.....	120
9.1.4.	Lei das Malhas.....	121
9.1.5.	Força Eletromotriz e resistência interna de uma fonte .....	123
9.1.6.	A Pilha Seca .....	124
9.1.7.	Efeito da Resistência de uma Fonte Sobre a ddp.....	125
9.1.8.	Efeito da Resistência de uma fonte sobre a Potência Máxima .....	127
9.2.	PRÉ VERIFICAÇÃO.....	129
9.3.	GUIA DO EXPERIMENTO .....	131
9.4.	RELATÓRIO .....	135
10	Circuito RC .....	136
10.1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	136
10.1.1.	Fenômeno transitório.....	136
10.1.2.	Carregando o capacitor .....	136
10.1.3.	Descarregando o capacitor .....	138
10.1.4.	Análise do circuito RC série por meio do multímetro.....	140
10.1.5.	Comportamento transitório do circuito RC com o osciloscópio.....	141
10.1.6.	Constante de tempo de um circuito RC através de um miliamperímetro.....	142
10.1.7.	Comportamento transitório do circuito RC por meio do osciloscópio .....	145
10.2.	PRÉ VERIFICAÇÃO.....	147
10.3.	GUIA DO EXPERIMENTO .....	148
10.4.	RELATÓRIO .....	150
11	Osciloscópio.....	151
11.1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	151
11.1.1.	Conceitos básicos.....	151
11.1.2.	Diagrama básico.....	151
11.1.3.	Tube de Raios Catódicos (CRT) .....	152
11.1.4.	Gerador de base de tempo .....	154
11.1.5.	Amplificador vertical .....	156
11.1.6.	Amplificador horizontal .....	157
11.1.7.	Aplicações do Osciloscópio .....	157
11.1.8.	Manuseio do Osciloscópio .....	158
11.1.9.	Controles do Osciloscópio.....	160
11.1.10.	A Medição de Tensão .....	166
11.1.11.	A Medição da Frequência .....	167
11.1.12.	O gerador de Funções.....	169
11.1.13.	Cálculo de RC utilizando o osciloscópio .....	169
11.2.	PRÉ VERIFICAÇÃO.....	171
11.3.	GUIA DO EXPERIMENTO .....	172
11.4.	RELATÓRIO .....	175

Unidade 3: Magnetismo .....	176
12  Conceitos Fundamentais .....	177
12.1. CAMPO MAGNÉTICO .....	177
12.2. FORÇA MAGNÉTICA.....	178
12.3. LEI DE FARADAY E FEM .....	179
12.4. FLUXO MAGNÉTICO.....	180
12.5. A LEI DE BIOT-SAVART .....	182
12.6. A LEI DE AMPÈRE .....	183
12.7. VALOR EFICAZ OU VALOR MÉDIO QUADRÁTICO (RMS) .....	184
13  Campo em dois Fios Paralelos e Longos.....	186
13.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	186
13.1.1. <i>Campo Magnético de um fio longo</i> .....	186
13.1.2. <i>Cálculo do Campo Magnético de um fio infinito pela lei de Ampère</i> .....	188
13.1.3. <i>Campo Magnético de dois fios paralelos e longos</i> .....	189
13.1.4. <i>Método de medição da fem induzida</i> .....	192
13.1.5. <i>Método para medição de dois fios</i> .....	196
13.2. PRÉ VERIFICAÇÃO.....	198
13.3. GUIA DO EXPERIMENTO .....	200
13.4. RELATÓRIO .....	202
14  Balança de Corrente .....	203
14.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	203
14.1.1. <i>Força agindo em um condutor que flui corrente elétrica</i> .....	203
14.1.2. <i>Método de medição</i> .....	204
14.1.3. <i>Medida com I constante</i> .....	205
14.1.4. <i>Medida com <math>i_j</math> constante</i> .....	206
14.2. PRÉ VERIFICAÇÃO.....	208
14.3. GUIA DO EXPERIMENTO .....	209
14.4. RELATÓRIO .....	211
15  Campo Magnético em uma Espira Circular .....	212
15.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	212
15.1.1. <i>Campo em uma espira circular</i> .....	212
15.1.2. <i>Lei de Indução de Faraday</i> .....	213
15.1.3. <i>Lei de Lenz</i> .....	214
15.1.4. <i>Método de medição de indução</i> .....	216
15.1.5. <i>Estudo do Campo Magnético de um Solenoide</i> .....	217
15.1.6. <i>Determinação da “área efetiva” da bobina</i> .....	221
15.2. GUIA DO EXPERIMENTO .....	223
15.3. RELATÓRIO .....	225
16. Bobinas de Helmholtz.....	226
16.1. INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	226
16.1.1. <i>Bobinas de Helmholtz</i> .....	226
15.3.1. <i>Superposição de Campo Magnético para Espiras Circulares</i> .....	226
15.4. PRÉ VERIFICAÇÃO.....	230
16.2. GUIA DO EXPERIMENTO .....	231
16.3. RELATÓRIO .....	233

17.	Momento de um Campo Magnético .....	234
17.1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	234
17.1.1.	<i>Torque sobre uma espira</i> .....	234
17.1.2.	<i>Momento utilizando as bobinas de Helmholtz</i> .....	236
17.2.	GUIA DO EXPERIMENTO .....	240
17.3.	RELATÓRIO .....	242
18.	Campo Magnético da Terra .....	243
18.1.	INTRODUÇÃO TEÓRICA .....	243
18.1.1.	<i>Campo Magnético da Terra</i> .....	243
18.1.2.	<i>Discussão do Método Experimental Utilizado</i> .....	243
18.1.3.	<i>Uso do sistema Bobina-Bússola como amperímetro</i> .....	246
18.1.4.	<i>Fundamentação Teórica</i> .....	246
18.2.	GUIA DO EXPERIMENTO .....	249
18.3.	RELATÓRIO .....	251
19.	Apêndice .....	252
19.1.	APÊNDICE I: CONCEITO DE RELATÓRIO .....	252
19.2.	APÊNDICE II: CONCEITO DE TABELA .....	252
19.3.	APÊNDICE III: INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS .....	253
19.4.	APÊNDICE IV: ESTRUTURA DO RELATÓRIO .....	254
19.5.	APÊNDICE V: PROPAGAÇÃO DE ERRO .....	256
19.6.	APÊNDICE V: FIGURAS DE LISSAJOUS .....	258
	BIBLIOGRAFIA .....	264

# Unidade 1: Óptica



Reflexão é um fenômeno físico no qual ocorre a mudança da direção de propagação da luz (desde que o ângulo de incidência não seja de  $90^\circ$ ). Ou seja, consiste no retorno dos feixes de luz incidentes em direção à região de onde ela veio, após os mesmos entrarem em contato com uma determinada superfície refletora. Estando diante de um espelho, pode observar que, se não ficar em uma determinada posição, não vai conseguir enxergar a sua

imagem. Isso acontece porque os raios são refletidos em uma única direção, ou seja, eles são paralelos entre si. Esse tipo de reflexão ocorre em superfícies polidas tais como espelhos, metais, a água parada de um lago, e é denominada reflexão especular ou regular.

---

# 1| Óptica Geométrica

## 1.1. Conceitos Fundamentais

### 1.1.1. Introdução à óptica

Definição (segundo o Aurélio) [Do gr. *optiké*, pelo lat. *Optica*]. **Óptica** é a parte da Física que estuda a luz e os fenômenos luminosos. **Outra definição** é a parte da física que investiga os fenômenos de produção, transmissão e detecção de radiação eletromagnética de comprimento de onda compreendido aproximadamente entre 10 Å e 1 mm. A **óptica** geométrica usa como ferramenta de estudo a geometria.

A **óptica** é subdividida nas seguintes áreas de estudo:

- **Óptica eletrônica** - Investigação do comportamento de feixes de elétrons que se deslocam na presença de campos magnéticos e elétricos.
- **Óptica física** - Parte da óptica que investiga a emissão de radiação eletromagnética e a sua propagação nos meios materiais.
- **Óptica geométrica** - Parte da óptica em que se investigam os fenômenos de propagação da luz mediante a substituição das frentes de onda pelas respectivas normais e o agrupamento desta em raios luminosos.

Outra definição muito importante para a compreensão do estudo da óptica é a de:

#### ***Raios de luz***

São linhas que representam a direção e o sentido de propagação da luz. A ideia de raios de luz é puramente teórica, e tem como objetivo facilitar o estudo. Um conjunto de raios de luz, que possui uma abertura relativamente pequena entre os raios, é chamado de Pincel Luminoso. O conjunto de raios luminosos, cuja abertura entre os raios é relativamente grande, é chamado Feixe Luminoso, assim pode-se dizer que:

#### ***Feixe de luz***

É uma configuração ondulatória de campos elétricos e magnéticos que se propagam no vácuo ou mesmo dentro de uma variedade de materiais ou meios. Esta onda é transversal visto que a sua perturbação é perpendicular à direção de propagação.

#### ***Fonte de luz***

Denomina-se fonte de luz todo corpo capaz de emitir luz.

#### ***Fonte de luz primária***

São aquelas que emitem luz própria, isto é, que produz energia luminosa. Exemplos: O Sol e as Lâmpadas incandescentes.

#### ***Fonte de luz secundária***

São aquelas que emitem apenas a luz recebida de outros corpos. Estas fontes de luz apenas refletem os raios de luz provenientes de outros corpos. Exemplo: a Lua e o teclado do seu computador.

### ***Classificamos a luz emitida pelas fontes em:***

***Luz monocromática ou simples*** é a luz de uma única cor, como a luz monocromática amarela emitida pelo vapor de sódio, nas lâmpadas.

***Luz policromática ou luz composta*** é a luz resultante da mistura de duas ou mais cores, como a luz branca do Sol ou a luz emitida pelo filamento incandescente da lâmpada comum.

A ***luz branca*** emitida pelo Sol é uma luz policromática constituída por um número infinito de cores, as quais podem ser divididas em sete cores principais (as cores do arco íris): vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

### **ANO-LUZ**

É uma unidade de comprimento muito utilizada para medir distâncias astronômicas. O ano-luz corresponde à distância que a luz percorre no período de um ano e equivale a aproximadamente  $9,46 \times 10^{15}$  m.

### **MEIOS ÓPTICOS**

***Meio Transparente*** é aquele meio que permite a propagação regular da luz possibilitando a formação de uma imagem nítida dos objetos. Exemplos: ar, vidro, etc.

***Meio Translúcido*** é o meio que permite a propagação irregular da luz e o observador não vê o objeto com nitidez através do meio. Exemplos: vidro fosco, papel vegetal, tecido, etc.

***Meio Opaco*** é o meio que não permite a propagação da luz. Exemplos: parede, madeira, tijolo, Corpo Preto, etc.

#### **1.1.1 Histórico e dualidade onda-partícula**

- Grimald, Francesco (1618-1663) – notou pela primeira vez o fenômeno da difração.
- Newton, Isaac (1642-1727) – defendia, com autoridade, que a luz era partícula e que a explicação para a reflexão e refração devia-se ao fato desta ser fortemente atraída pelo vidro ou pela água e que sua velocidade nestes meios era maior que no ar (PRIMEIRO ERRO!).
- Huygens, Christian (1629-1695) e R. Hook (1635-1703) – explicavam a reflexão e a refração a partir do fato de considerar que a luz era onda e que esta era mais lenta na água ou no vidro.
- Young, Thomas (1773-1829) – em 1801 ressuscitou a teoria ondulatória a partir do fato de considerar a interferência como um fenômeno ondulatório.
- Fresnel, Augustin (1788-1827) – criou a base matemática para a teoria ondulatória.
- Foucault, Jean (1819-1868) – em 1850 mostrou experimentalmente que a velocidade da luz no ar é maior que na água e no vidro.
- James Clerk Maxwell (1831-1879) – publicou a teoria do eletromagnetismo em que as ondas eletromagnética se propagavam com a velocidade de aproximadamente  $3 \times 10^8$  m/s, a mesma da luz, e que esta concordância indicava ser a luz uma onda formada por campos elétricos e campos magnéticos.
- Hertz, Heinrich (1857-1894) – em 1886 confirmou a teoria de Maxwell através da geração e detecção de ondas eletromagnéticas, porém, ao mesmo tempo este

descobre o efeito fotoelétrico (emissão de elétron quando luz incide numa placa metálica) que mais tarde foi explicado por Einstein como sendo um efeito puramente corpuscular. Segundo Einstein, a energia de um fóton, ou pacote de energia, é dado por  $E = hf$  onde  $h$  é a constante de Planck ( $=6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ ) e  $f$  é a frequência da onda luminosa. Por volta de 1920 se aceita a dupla natureza da luz, ou seja, ora ela é partícula ora é onda.

- Dualidade da luz resulta: A luz se propaga como Onda e interage como Partícula.

### 1.1.2 Princípios básicos de óptica geométrica

#### *Propagação retilínea da Luz;*

"Nos meios transparentes e homogêneos a luz se propaga em linha reta."

#### *Independência de propagação dos raios de luz;*

"Se dois ou mais raios de luz, vindos de fontes diferentes, se cruzam, eles seguem suas trajetórias de forma independente, como se os outros não existissem."

#### *Reversibilidade da luz.*

"Se um raio de luz se propaga em uma direção e em sentido arbitrários, outro poderá propagar-se na mesma direção e em sentido oposto."

### 1.1.3 Breve introdução sobre ondas

Onda é a manifestação de um fenômeno físico no qual uma fonte perturbadora fornece energia a um sistema e essa energia desloca-se através de pontos desse sistema.

Abaixo temos uma figura que representa o deslocamento de uma onda em uma corda.

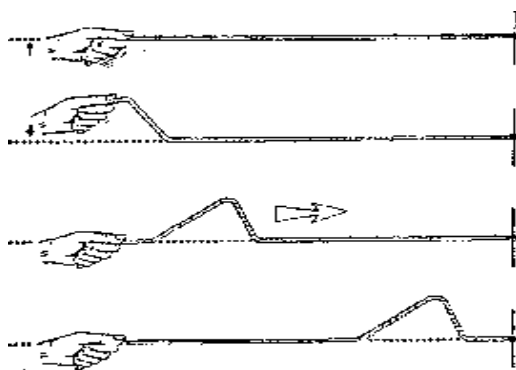


Figura 1-1 Onda em uma corda

**Cabe ressaltar** que não é a onda que se movimenta, mas a energia fornecida pela mão (**fonte perturbadora**). Existem três tipos de ondas quanto à direção de propagação:

- Unidimensionais
- Bidimensionais
- Tridimensionais

**Cabe ressaltar** também que dependendo do meio sob o qual a energia propaga-se, temos uma velocidade de propagação correspondente. Ondas harmônicas são tipos de ondas cuja fonte perturbadora executa um movimento uniforme. O comprimento de

onda é o período espacial correspondente ao período temporal  $T$ . Conhecendo-se a velocidade de propagação podemos caracterizar uma onda através da frequência ou do comprimento de onda ( $v=\lambda.f$ ).

Em seguida temos um *espectro eletromagnético* onde podemos verificar a frequência, o comprimento de onda e o tipo de onda. Observe a **Fig.1-2**.

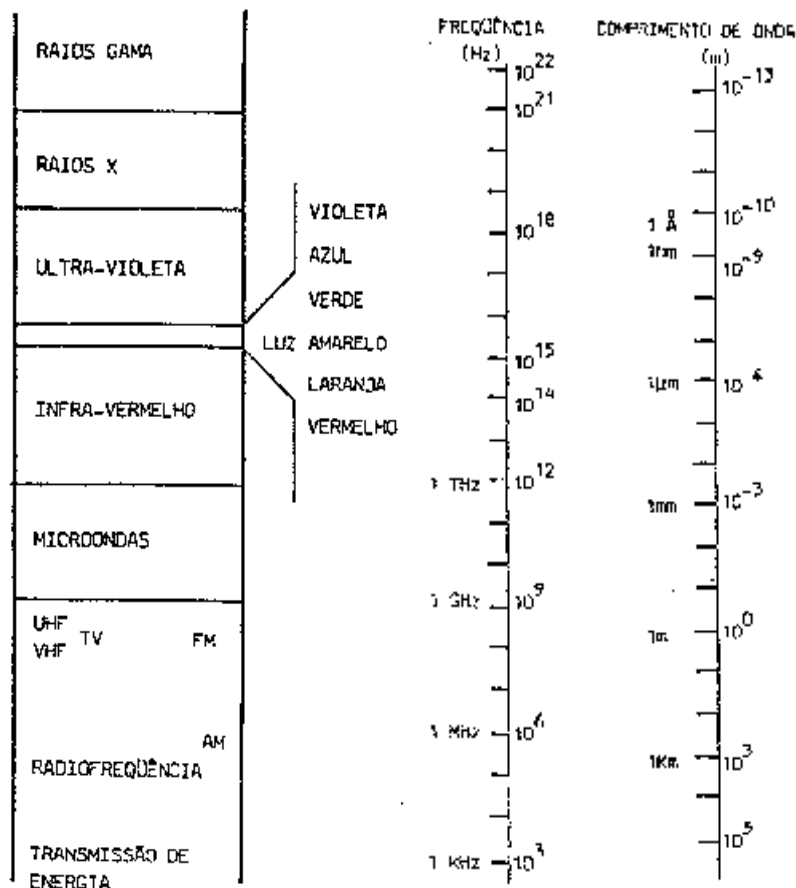


Figura 1-2 Espectro Eletromagnético

#### 1.1.4 Natureza da luz

A natureza da luz sempre foi um dos temas que sempre chamaram a atenção dos grandes cientistas da humanidade. Desde a Antiguidade (300 a.C.) com Euclides até Einstein e Planck, no séc. XX. Hoje em dia, duas teorias que explicam a natureza da luz são aceitas: a *teoria corpuscular* e a *teoria ondulatória*. Na teoria ondulatória, a luz é tratada como sendo campos eletromagnéticos oscilantes propagando-se no espaço. Essa teoria explica fenômenos como reflexão, refração, difração, etc. Na teoria corpuscular, a luz é tratada como sendo pacotes de energia chamados fótons. Essa teoria explica fenômenos como o efeito Compton e o desvio do raio luminoso ao passar perto de corpos celestes. A velocidade da luz no vácuo pode ser considerada como sendo 300000 km/s, o que nos dá um erro menor que 0,1 %.

A representação da Luz pode ser por ondas ou por raios de luz, observe a figura abaixo:



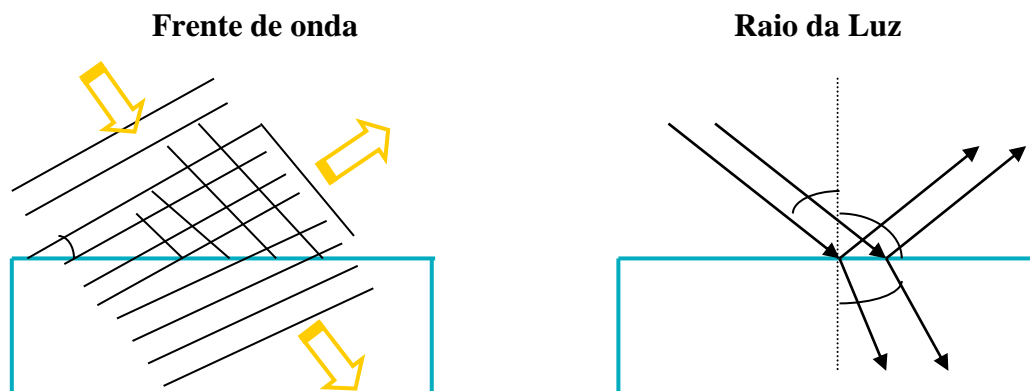


Figura 1-3 Representação da Luz

### Fontes Ópticas (LASER)

Para os sistemas óticos, encontramos dois tipos de fontes óticas que são utilizadas: LED e LASER. Fazendo uma análise das características destes dois tipos, fica evidente que o laser é a fonte ótica mais apropriada para utilização em circuitos óticos, pois fornece uma maior potência luminosa e uma menor largura espectral. Além disso, o feixe de luz do laser é mais concentrado que o emitido pelo led, permitindo maior eficiência de acoplamento e o laser possui menos ruído que o led.

Porém, apresenta algumas desvantagens como: maior sensibilidade à temperatura, maior custo, vida útil bem menor (cerca de 10 vezes menos) e necessidade de circuitos mais complexos para manter uma boa linearidade.

A palavra **laser** é formada pelas iniciais de Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, que significa: “amplificação da luz pela emissão estimulada de radiação”. Ou seja: raios laser são estreitos feixes de luz obtidos em condições tais que os fazem transportar uma enorme quantidade de energia.

O raio laser tem aplicação em todas as áreas da atividade humana.

- Em medicina é usado em cirurgias, no tratamento de doenças e como recurso diagnóstico em muitas especialidades.
- Furos e cortes extremamente precisos, em qualquer material, podem ser feitos com raio laser, sem aquecimento apreciável das regiões vizinhas.
- Em telemetria, ele é usado para a medida exata de grandes distâncias. Por exemplo, a distância entre a Terra e Lua foi medida de maneira precisa através de um feixe de raio laser, que, emitido de nosso planeta, refletiu-se num espelho, instalado na Lua durante a emissão Apolo 11 e voltou para a Terra.
- Em comunicações, a transmissão de informações é feita com raios laser, percorrendo fibras óticas.
- Os compact disc (CDs) são lidos por meio de um feixe de raios laser, assim como os videodiscos.
- A holografia, fotografia em três dimensões, verdadeira escultura de luz, é obtida a partir de feixes de raios laser.
- O laser é usado também em discotecas, em espetáculos musicais, etc.

Para entendermos o funcionamento de um laser, vamos tomar um laser a gás (HeNe) de maneira didática onde os números usados são ilusórios para maior visualização dos fenômenos.

Um átomo é composto de um núcleo e de elétrons que permanecem girando em torno do mesmo em órbitas bem definidas.

Quanto mais afastado do núcleo gira o elétron, menor a sua energia.

Quando um elétron ganha energia ele muda de sua órbita para uma órbita mais interna, sendo este um estado não natural para o átomo mas sim forçado.

Como esse estado não é natural, o átomo por qualquer distúrbio tende a voltar a seu estado natural, liberando a energia recebida em forma de ondas eletromagnéticas de comprimento de onda definido em função das órbitas do átomo.

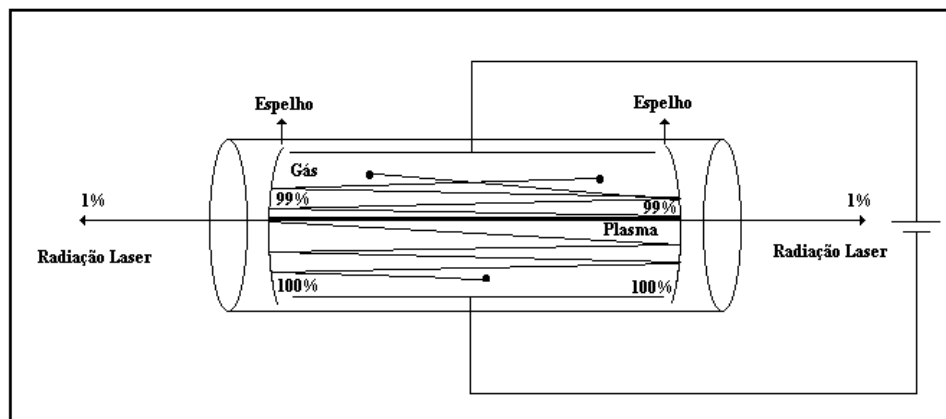


Figura 1-4 Laser

Existem duas condições básicas para que o fenômeno laser aconteça:

- Inversão de população;
- Alta concentração de luz.

A inversão de população é o estado em que uma grande quantidade de átomos fica com elétrons carregados de energia, girando em órbitas maiores internas. É como se o átomo fosse engatilhado para o disparo de ondas eletromagnéticas (os fótons). Esse estado é conseguido através de altas tensões de polarização fornecidas ao laser (200 à 300V).

A alta concentração de luz é a perturbação necessária para que o átomo dispare, ou seja, volte a sua condição natural, liberando, portanto, a energia armazenada em forma de ondas eletromagnéticas. Se tivermos uma quantidade de átomos suficientes engatilhados e se a concentração de luz for suficiente teremos um efeito multiplicativo onde o fóton gerado gera outros fótons, obtendo-se assim o fenômeno laser (emissão de radiação estimulada amplificada pela luz).

As características típicas de um laser são:

- Luz coerente;
- Altas potências;
- Monocromaticidade;
- Diagrama de irradiação concentrada;
- Altas tensões de polarização;

- Fluxo de luz não proporcional à corrente;
- Vida útil baixa (10000 horas);
- Sensível a variações de temperatura;
- Alto custo;
- Próprio para sinais digitais;
- Altas velocidades, ou seja, grande banda de passagem (1 Ghz ou mais).

### 1.1.5 Conceitos básicos de óptica geométrica

**Óptica geométrica:** é estudo dos fenômenos luminosos.

**Luz:** onda eletro magnética que transporta energia sem o transporte de matéria.

**Raios de luz:** são linhas orientadas que representam, graficamente, a direção e o sentido de propagação da luz.

Através de nossos cinco sentidos, temos a percepção do mundo que nos rodeia. Uma parcela considerável dessa percepção é proporcionada pela visão, graças à luz que recebemos dos objetos de nosso ambiente.

A parte da Física que estuda o comportamento da luz propagando-se em diferentes meios é denominada **Óptica Geométrica**. Nesse estudo, a luz em propagação é representada graficamente por linhas orientadas denominadas raios de luz.

Um conjunto de raios de luz recebe o nome de feixe de luz. Ele pode ser convergente, divergente ou paralelo, **Fig.1-5**.

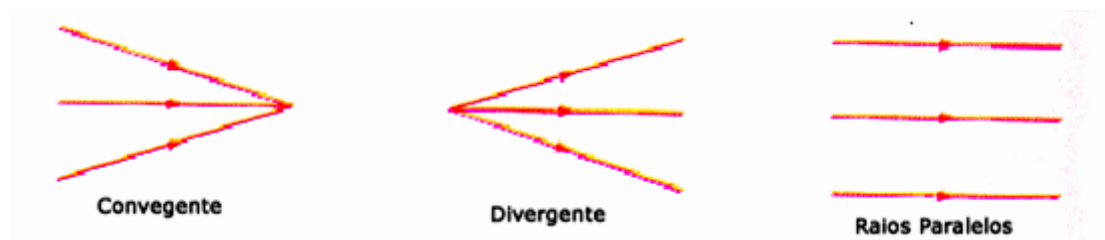


Figura 1-5 Propagação da Luz

Uma fonte luminosa é pontual ou puntiforme quando suas dimensões são desprezíveis, em relação às distâncias que a separam dos outros corpos. É extensa, em caso contrário.

Um meio é transparente quando permite a propagação da luz por distâncias consideráveis, segundo trajetórias bem definidas. Um objeto colocado num meio transparente ou atrás dele pode ser percebido com detalhes. A água e o vidro, em pequenas espessuras, são transparentes, observe a **Fig.1-6(a)**.

Quando um meio não permite a propagação da luz, como uma madeira, é denominado opaco, veja **Fig.1-6(b)**.



Figura 1-6 (a) Corpo Transparente (b) Corpo Opaco

Há também meios intermediários entre os dois casos citados, sendo denominados translúcidos (**Fig.1-7**). A luz atravessa esses meios seguindo trajetórias irregulares e mal definidas, de modo a não se perceberem os detalhes de um objeto colocado atrás de um meio translúcido. O chamado vidro fosco e o papel vegetal são exemplos de meio translúcido.

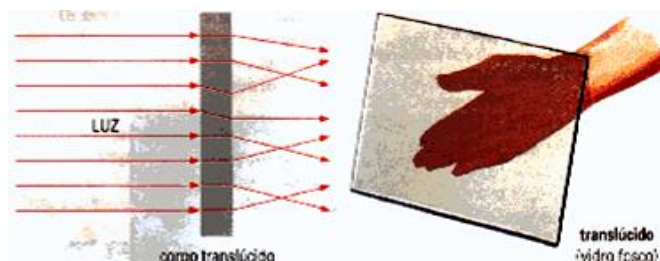


Figura 1-7 Corpo translúcido

## 1.2. Reflexão e refração da luz

A luz é constituída por ondas tridimensionais e eletromagnéticas que se propagam nos meios transparentes. Quando um feixe de luz chega à superfície de separação de dois meios transparentes, observamos ao aparecimento simultâneo de um feixe refletido e de um feixe refratado, de modo análogo a cuba de onda na água se propaga em todas as direções. As leis de reflexão e refração estabelecidas com uma cuba de ondas valem também para ondas luminosas. Observe a figura abaixo que mostra a reflexão e a refração simultaneamente.

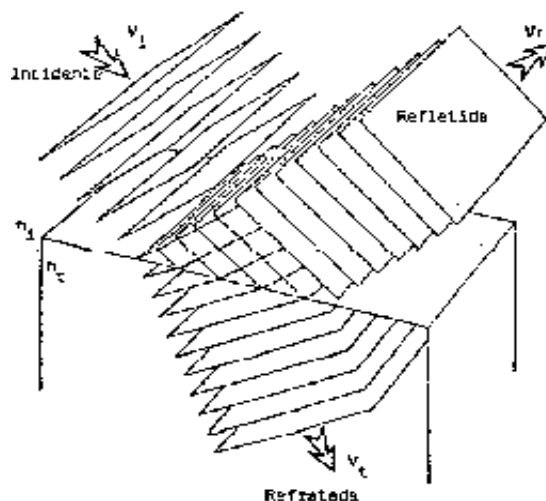


Figura 1-8 Reflexão e Refração

### 1.2.1. Reflexão da luz

Considere-se um raio de luminoso que se propaga no ar e incide na superfície de um bloco de vidro **Fig.1-9** transparente; o fato de ser o vidro transparente parte da luz penetra no bloco e continua seu movimento sofrendo um desvio devido as característica do bloco, mas outra parte retorna, isto é , volta a se propagar no ar. À parte que retorna ao meio de incidência dizemos que sofreu reflexão, ou seja, a luz foi refletida ao encontrar a superfície lisa do vidro.

O feixe de luz que se dirige à superfície é denominado de raio de incidência, e imagina-se que este raio incide na superfície faz um ângulo  $\hat{I}$  com a normal a superfície

no ponto de incidência e um ângulo  $r$ , raio de reflexão e a parte que continua a se propagar no vidro muda de direção e é denominado de raio refratado formando um ângulo  $R$ , com a normal a superfície no ponto de incidência. Observe a figura abaixo.

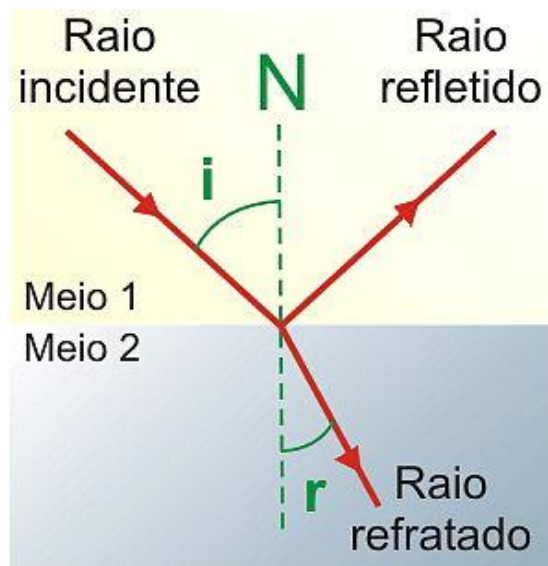


Figura 1-9 Reflexão da Luz

O raio incidente  $i$  e o raio refletido  $r$  e a normal  $N$  à superfície refletora estão no mesmo plano, ou seja, são coplanares.

O ângulo de incidência  $i$  e o ângulo de reflexão  $r$  são opostos em relação à normal.

A Reflexão pode ser classificada das seguintes maneiras:

- **Reflexão externa** é aquela que se faz do lado do meio menos refringente.
- Exemplo: a reflexão dos raios que se propagam no ar, ao encontrarem uma superfície águia ou vítrea.
- **Reflexão interna** é aquela que se faz do lado do meio mais refringente.
- Exemplo: aquela que ocorre na superfície de um tanque para os raios emanados do fundo da água.
- **Reflexão regular ou especular** é aquela obtida com feixe de raios lucíferos incidentes sobre uma placa de vidro polido. A luz refletida apresenta direção definida; sendo feixe paralelo e a direção é única.
- **Reflexão irregular ou difusa** é aquela obtida com feixe de raios lucíferos incidentes sobre uma placa de vidro fosco. A luz refletida não apresenta direção bem definida; as direções se interceptam inúmeras vezes. A região sobre a qual a luz incide, comporta-se como uma fonte lucífera, emitindo-a em diferentes direções, embora não com a mesma intensidade em todas as direções.
- **Reflexão geral ou uniforme** é aquela em que um corpo branco reflete, com intensidade mais ou menos igual, as diferentes componentes da luz branca.
- **Reflexão seletiva** é aquela em que um corpo colorido ou monocromático, iluminado com luz branca, reflete mais intensamente as componentes coloridas da luz branca. Assim, um corpo verde reflete mais intensamente as componentes verdes da luz branca. Um corpo quando apresenta reflexão seletiva visto por transparência apresenta cor diferente daquela com que é visto por reflexão.

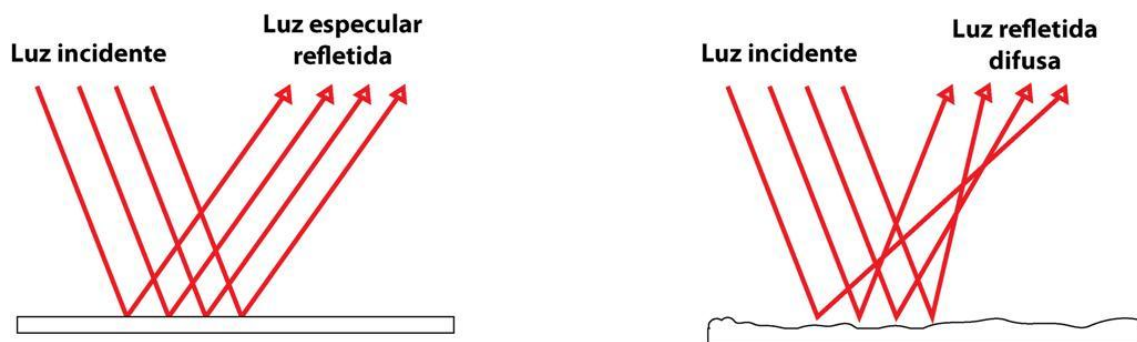


Figura 1-10 Reflexão (a) Regular (b) Irregular

### As leis da Reflexão

- 1 – O raio incidente, a normal à superfície refletora no ponto de incidência e o raio refletido pertencem a um mesmo plano.
- 2 – O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

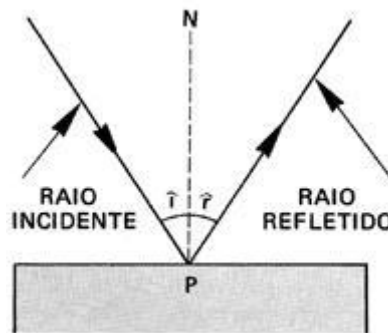


Figura 1-11 Leis da reflexão

Quando o raio incidir na direção da normal, ou seja, o ângulo de  $\theta_1 = 0^\circ$ , o ângulo de refração também será nulo, não ocorrendo desvio do raio luminoso.

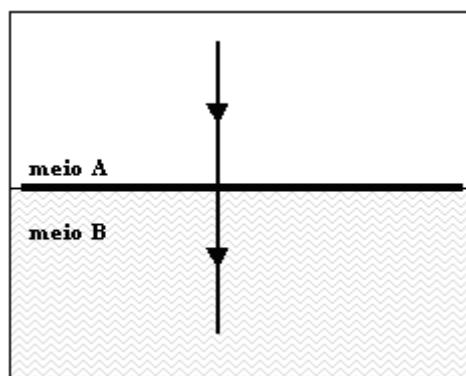


Figura 1-12 Raio Incidindo Normalmente a Superfície

### Reflexão Interna Total e Ângulo Crítico

Quando um raio de luz muda de um meio que tem índice de refração grande para um meio que tem índice de refração pequeno a direção da onda transmitida afasta-se da normal (perpendicular). À medida que aumentamos o ângulo de incidência  $i$ , o ângulo do raio refratado tende a  $90^\circ$ . Quando isso acontece, o ângulo de incidência recebe o



nome de ângulo crítico. A equação que permite calcular o valor do ângulo crítico é dada por (ver **Fig.1-13**):

$$\theta_c = \sin^{-1} (n_2/n_1), \text{ onde } n_1 > n_2.$$

Uma incidência com ângulo maior do que este sofre o fenômeno da reflexão interna total. Esse princípio de reflexão interna total é utilizado nas fibras ópticas.

Observe a figura abaixo que demonstra esse fenômeno.

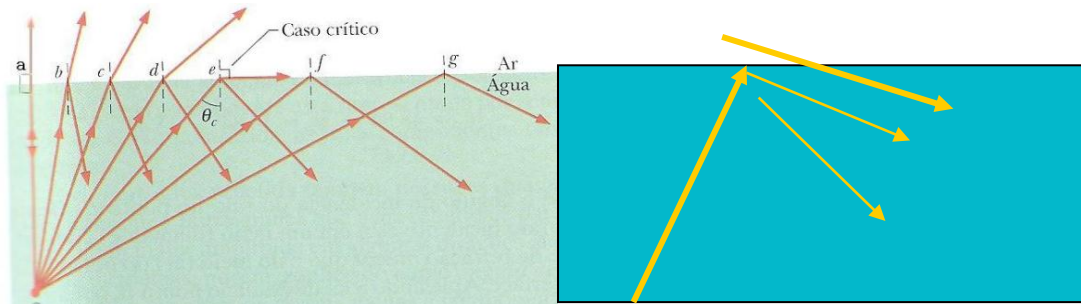


Figura 1-13 Reflexão Interna Total

### 1.2.2. Refração da luz

Quando um feixe de luz atinge uma superfície que separa dois meios diferentes, uma superfície ar-água, por exemplo, parte da energia luminosa é refletida e uma outra parte penetra no segundo meio. A mudança de direção num raio de luz transmitido é a **refração**. Esse desvio no raio que atravessa as superfícies de separação dos meios é devido ao índice de refração dos meios, serem diferentes. Observe a **Fig.1-14** abaixo.

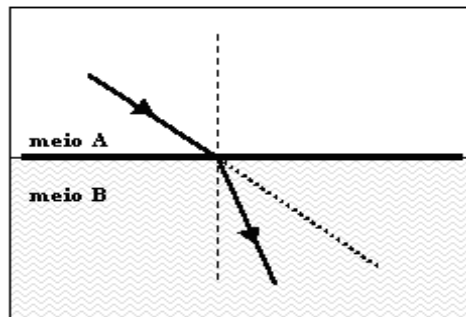


Figura 1-14 Refração da luz

Todo raio incidente em superfície sofre reflexão que à parte do raio refletido e refração que à parte do raio que sua propagação após passar para o outro meio.

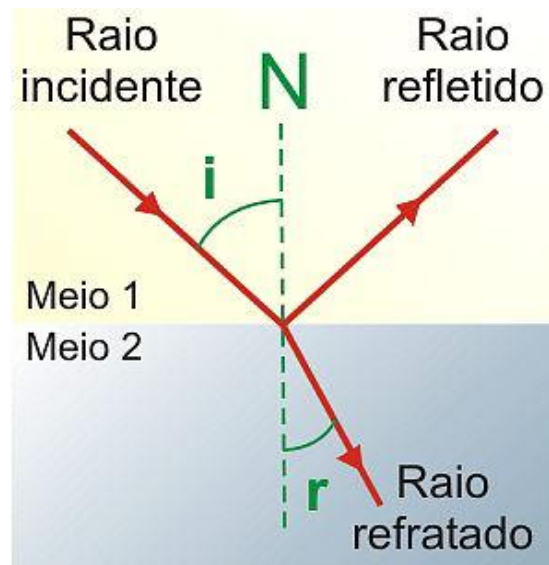


Figura 1-15 Refração e Reflexão

### Leis da Refração (Descartes - Snell)

1ª - O raio refratado está no plano de incidência;

2ª - Para dois meios dados, o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração estão numa razão constante.

A segunda lei significa que, quando se faz variar o ângulo de incidência, o ângulo de refração varia de tal modo que a razão dos senos destes ângulos é constante:

$$\sin(i) / \sin(r) = n \quad (\text{índice de refração}) \quad \text{ou} \quad n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$$

### Índice de Refração

A constante  $n$  chama-se *índice de refração* do segundo meio (onde está o raio refratado) para o primeiro (onde está o raio incidente).

Grandeza que expressa a velocidade que a luz possui num determinado meio de transmissão. É definido por:

$$n = c / v,$$

Onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $v$  é a velocidade da luz no meio em questão.

Cabe salientar que o índice de refração depende do comprimento de onda da luz, o que, nas fibras ópticas, irá provocar a dispersão do impulso luminoso, limitando a capacidade de transmissão de sinais.

Como a velocidade da luz no vácuo é sempre maior que a velocidade da luz em qualquer meio material, o índice de refração absoluto de um meio é sempre maior que a unidade, indicando quantas vezes a velocidade da luz no meio é menor que a velocidade da luz no vácuo.

$$n > 1, \text{ pois } c > v \text{ (meio material)}$$

Por exemplo, o índice de refração absoluto da benzina (a 20° C) é 1,5. Isso quer dizer que a velocidade da luz na benzina (a 20° C) é uma vez e meia menor que a velocidade da luz ao vácuo:



$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1,5 = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{1,5}$$

O índice de refração absoluto de um depende da cor da luz monocromática que se propaga. No exemplo acima, o valor considerado corresponde à luz amarela. Para o mesmo meio, o índice de refração absoluto apresenta o maior valor para a luz violeta e o menor valor para a luz vermelha.

O denominado vidro Crown apresenta, para diferentes luzes monocromáticas, diferentes índices de refração absolutos:

Luz	N
Vermelha	1,513
Alaranjada	1,514
Amarela	1,517
Verde	1,519
Azul	1,526
Anil	1,528
Violeta	1,532

O índice de refração absoluto do vácuo é unitário:  $n = 1$ , pois  $v = c$ . Para o ar tem-se também, como boa aproximação:  $n_{ar} = 1$

Como fenômeno da refração sempre envolve dois meios é costume definir-se o índice de refração relativo entre dois meios como o quociente entre os seus índices de refração. Assim, considerando os meios A e B de índice de refração  $n_a$  e  $n_b$ , definindo o índice de refração relativo  $n_{ab}$  do meio A em relação com meio B e o índice de refração relativo  $n_{ba}$  do meio B em relação ao meio A.

$$n_{BA} = n_B/n_A,$$

$$n_{AB} = n_A/n_B$$

A figura abaixo mostra os meios A e B.

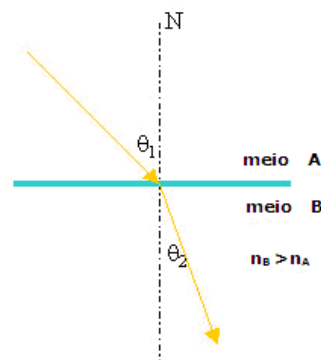


Figura 1-16 Índice de Refração

Em funções das velocidades da luz nos meios A e B ( $v_A$  e  $v_B$ ), os índices relativos são expressos por:

$$n_{BA} = v_A/v_B$$

$$n_{AB} = v_B / v_A$$

Entre os dois meios considerados na refração, diz-se mais refringente o que apresenta maior índice de refração absoluto. O outro é, logicamente, o menos refringente.

Esse efeito explica a experiência de Newton da decomposição da luz branca através de um prisma, como também a formação do arco-íris.

## Dispersão da Luz

Dispersão da luz policromática é a sua decomposição ao passar obliquamente de um meio para outro.

O índice de refração de um meio depende do tipo de luz que se propaga, pois é inversamente proporcional à velocidade de propagação da luz ( $n = c/v$ ). Num meio material, a luz violeta é a componente que mais se desvia em relação à normal, e a luz vermelha é a componente que menos se desvia. Assim a luz vermelha é a de maior velocidade e a de menor velocidade é a luz violeta.

Num prisma, o fenômeno de dispersão da luz branco é mais acentuado que o ocorrido numa única superfície dióptrica. Isso ocorre porque a separação das luzes dá-se na primeira face e, na Segunda, os desvios se acentuam, veja como ocorre na figura abaixo.

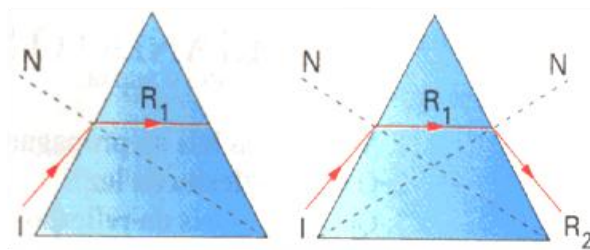


Figura 1-17 Comportamento dos Raios no Prisma

Do mesmo modo que ocorre com uma única superfície, a componente que sofre maior desvio é a violeta (maior índice de refração, menor velocidade no prisma) e a que sofre menor desvio é a vermelha (menor índice de refração, maior velocidade no prisma).

Os prismas de refringência são muito utilizados em espectroscopia para análise de luzes policromáticas.

Observe abaixo a figura onde ocorre a dispersão da luz branca.

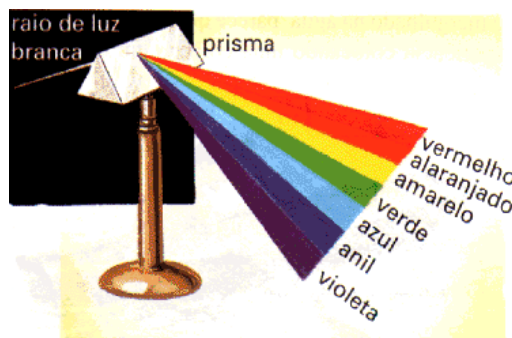


Figura 1-18 Dispersão da Luz Branca

A reversibilidade da luz se aplica também à refração. Para verificar isto, basta trocar a posição das alidades, mediante simples inversão recíproca.

#### Observações:

i) Os ângulos  $i$  e  $r$  não podem ser superiores a  $90^\circ$ .

▪ Se  $i > r$ , temos  $\text{sen}(i) > \text{sen}(r)$  e portanto,  $n_2 > n_1$ ;

▪ Se  $i < r$ , temos  $\text{sen}(i) < \text{sen}(r)$  e portanto,  $n_1 < n_2$ ;

No caso onde  $i > r$ , o segundo meio ( $n_2$ ) é mais refringente que o primeiro e no caso  $i < r$  o menos refringente é o meio 1

ii) Quando os ângulos são muito pequenos a trigonometria admite as se possa usar:

#### A lei de Kepler

$$i/r = n \quad \text{ou} \quad i = nr$$

iii) Por caso da reversibilidade do raio da luz, se o índice de refração de um meio em relação a outro for  $n$ , o índice de refração deste em relação ao primeiro será  $1/n$ , por exemplo, sendo  $4/3$ , o índice da água em relação ao ar o do ar em relação à água é  $3/4$ .

iv) O índice do vácuo em relação ao vácuo é 1. Índice absoluto é o índice em relação ao vácuo; o índice absoluto do ar é 1,0003. Portanto praticamente, toma-se o índice do ar igual a 1; neste caso, o índice da água em relação ao ar ou ao vácuo é  $4/3$ .

v) Quando não se especifica a natureza do primeiro meio, subentende-se que este é o ar ou vácuo. Exemplo, o índice do diamante é 2 (subentendido em relação ao ar).

vi) A ótica física demonstra que o índice de refração  $n$  de um meio2 em relação a um meio1 é a razão  $V_1/V_2$  da velocidade da luz no meio1 para a velocidade da luz no meio 2.

$$n = V_1/V_2$$

Portanto,  $n = V_1/V_2 = \text{sen}(i)/\text{sen}(r)$ , então  $(\text{sen } i)/V_1 = (\text{sen } r)/V_2$

$$c (\text{sen } i)/V_1 = c(\text{sen } r) /V_2,$$

Portanto,  $n_1 \text{sen } i = n_2 \text{sen}(r)$

$$\text{sen}(i)/\text{sen}(r) = n_2/n_1 = n (*)$$

(\*) fórmula geral da refração entre dois meios quaisquer.

### 1.3. Sistema óptico

Sistema óptico é um conjunto de superfícies dispostas de molde a serem subsecutivamente atingidas pela luz. Exemplos: um espelho, um conjunto de espelhos, um prisma, uma lente, um conjunto de lentes, o olho humano, um telescópio, um periscópio.

Quanto à classificação, um sistema ótico pode ser:

- **Catóptrico** - Aquele constituído por superfícies refletoras. Ex. Espelhos.
- **Dióptrico** - Aquele constituído por superfícies refratoras. Ex. As lentes.
- **Catadióptrico** - Aquele constituído por superfícies refletoras e outras refratoras.

Catóptrica ou Catadióptrica é à parte da óptica que estuda a reflexão da luz. Superfície rugosa é aquela que apresenta série de saliências e reentrâncias. Opticamente a superfície rugosa é denominada superfície difusora. Superfície polida é aquela que é plana. Opticamente a superfície polida é denominada superfície especular.

**Dióptro** é sistema óptico constituído por dois meios ordinários, separados por uma superfície regular. O dióptro pode ser plano ou curvo. Superfície dióptrica é a superfície de separação.

### 1.3.1. Espelho Plano

Uma superfície plana regular que reflete a luz intensamente é denominada espelho plano.

Se um ponto luminoso **P** é colocado diante de um espelho plano, os raios provenientes dele sofrem reflexão regular. Um observador, olhando para o espelho, "terá a impressão" de que a luz por ele recebida tem origem no ponto **P'**, situado nos prolongamentos dos raios refletidos.

O ponto **P'**, de onde parecem provir os raios que o observador recebe (refletidos), é denominado ponto-imagem; no caso, por ser definido pelos prolongamentos dos raios refletidos, o ponto **P'** é um ponto-imagem virtual. O ponto luminoso **P** de onde realmente vieram os raios luminosos, é chamado ponto-objeto real.

Na figura a seguir podemos observar que da congruência dos triângulos sombreados, concluímos que as distâncias do objeto e da imagem à superfície do espelho são iguais:

$$d = d'$$

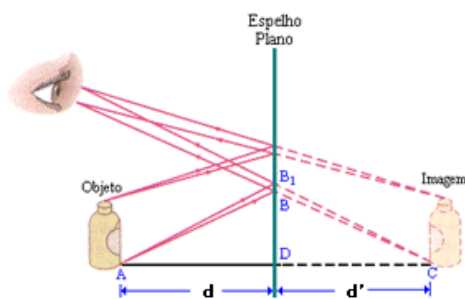


Figura 1-19 Formação da imagem de um espelho plano

Caso o objeto seja extenso, a imagem formada pelo espelho tem tamanho do objeto.

$$I = O$$

Qualquer pessoa ao se olhar num espelho plano percebe que sua imagem, embora pareça idêntica a ela, apresenta uma interessante diferença: se a pessoa erguer sua mão esquerda, a imagem erguerá sua mão direita; se a pessoa estiver escrevendo com a mão direita, a imagem aparecerá escrevendo com a mão esquerda, etc. Nesses casos, não é possível imaginar uma superposição da imagem com o objeto, de modo que a cada ponto do objeto corresponda o respectivo ponto-imagem. Dizemos, então, que imagem e objeto no espelho plano apresentam "formas contrárias", isso é, constituem

figuras enantiomorfas. Desse modo, o espelho plano não inverte a imagem, mas troca a direita pela esquerda e vice-versa.

### Imagem em dois espelhos planos

Quando dois espelhos planos  $E_1$  e  $E_2$  são colocados de modo que formem entre suas superfícies um ângulo diedro  $\alpha$ , observa-se que para um objeto colocado entre eles, devido as várias reflexões da luz, originam-se várias imagens. O número de imagens pode ser calculado pela fórmula:

$$N = \frac{360}{\alpha} - 1$$

A figura abaixo mostra como fica a posição do objeto e dos espelhos  $E_1$  e  $E_2$ , veja abaixo:

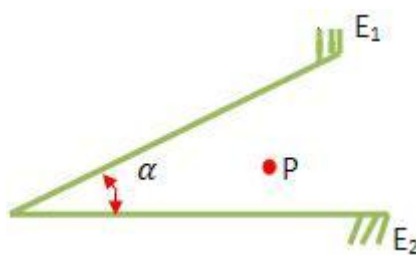


Figura 1-20 Imagem em dois espelhos planos

Esta fórmula é válida se:

- i) Quando a relação  $\frac{360}{\alpha}$  é par, para qualquer que seja a posição do objeto entre os dois espelhos.
- ii) Quando a relação  $\frac{360}{\alpha}$  é ímpar, o objeto deve estar exatamente no plano bissetor do ângulo formado entre os espelhos.

### 1.3.2. - Espelhos esféricos

A grosso modo um espelho plano é um espelho esférico com um raio de curvatura muitíssimo grande. Espelho esférico é uma calota esférica na qual uma de suas superfícies é refletora. Podemos também pensar que um espelho esférico é uma pequena parte de uma parábola, pois, estes espelhos normalmente apresentam aberrações esféricas, a menos que tenha sido corrigida. De acordo com a superfície refletora eles podem ser classificados como:

- Espelho Côncavo - a superfície refletora é a parte interna.
- Espelho Convexo – a superfície refletora é a parte externa.

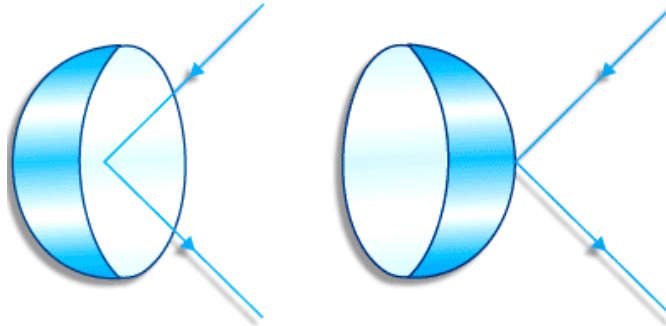


Figura 1-21 Espelho côncavo e espelho convexo

Simbolicamente, representamos os espelhos esféricos como uma espécie de “calota” esférica, com está indicado na figura abaixo:

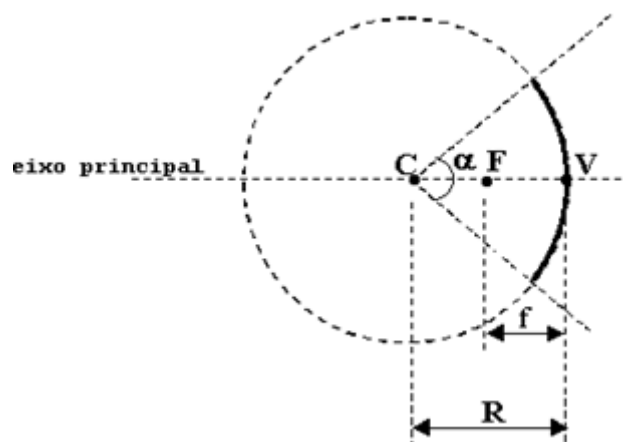


Figura 1-22 Representação de Espelho Esférico

Sendo derivado de uma superfície esférica, um espelho esférico apresenta os seguintes elementos geométricos:

$C$  - é centro de curvatura espelho;

$R$  - é o raio de curvatura do espelho;

$V$  - é o vértice do espelho (polo da calota esférica);

$\alpha$  - é o ângulo de abertura do espelho;

$ep$  - é o eixo principal do espelho (é reta que passa por  $C$  e por  $V$ )

$es$  - é dito eixo secundário: qualquer reta que contém o centro de curvatura (exceto o eixo principal)

Os eixos do espelho esférico são perpendiculares à superfície do espelho. Daí pode-se afirmar que:

“Um raio de luz incidindo na direção do centro de curvatura de um espelho esférico reflete-se na mesma direção ( $i = 0$  e, portanto  $r = 0$ ), onde  $i$  ângulo de incidência e  $r$  ângulo reflexão.”

O **foco principal** ( $F$ ) é outro elemento mais importante dos espelhos esféricos. É o ponto do eixo principal pelo qual passam os raios refletidos (ou seus prolongamentos)

quando no espelho incidem raios luminosos paralelos ao eixo principal, nas proximidades do vértice.

No espelho côncavo, o foco **F** é um ponto-imagem **real** definido pelos cruzamentos efetivo dos raios luminosos refletidos. No espelho convexo, o foco **F** é um ponto-imagem **virtual**, pois é definido pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos.

O foco principal **F** está aproximadamente a meia distância entre o vértice **V** e o centro de curvatura **C**. Assim o raio de curvatura é praticamente o dobro da distância focal **f**.

$$f = \frac{R}{2}$$

### Raios Particulares

No estudo da formação de imagens utilizando-se de espelhos esféricos é conveniente estabelecer os “raios particulares” para construção da imagem:

**Caso 1** – Um raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal de uma lente se reflete passando pelo foco **F principal** do espelho. Pelo princípio da reversibilidade da luz faz-se possível afirmar que todo raio de luz que incide passando pelo foco **F principal** do espelho reflete-se paralelamente ao eixo principal.

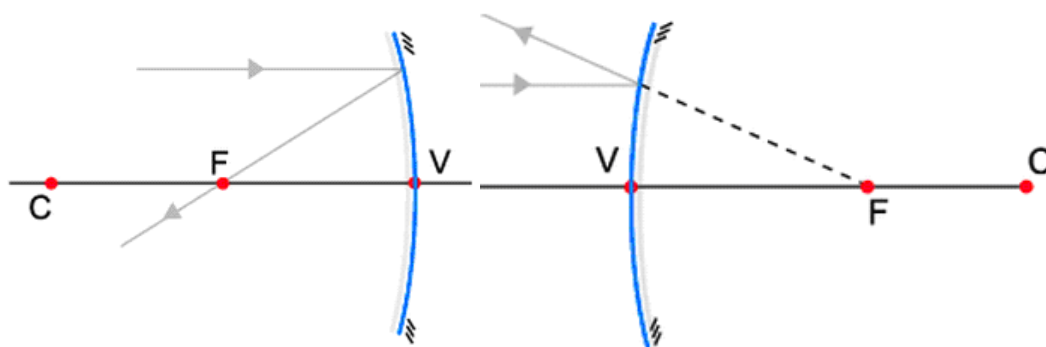


Figura 1-23 Raio incidente paralelo ao eixo principal. (a) Espelho Côncavo (b) espelho Convexo

**Caso 2** – Um raio de luz que incide passando pelo centro de curvatura reflete-se sobre si mesmo.

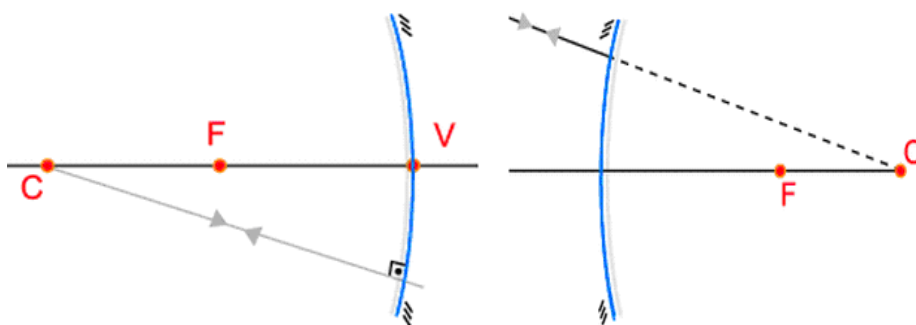


Figura 1-24 Raio incidente pelo centro de curvatura. (a) Espelho Côncavo (b) espelho Convexo

**Caso 3** – Um raio de luz que incide no vértice do espelho é refletido simetricamente em relação ao eixo principal.

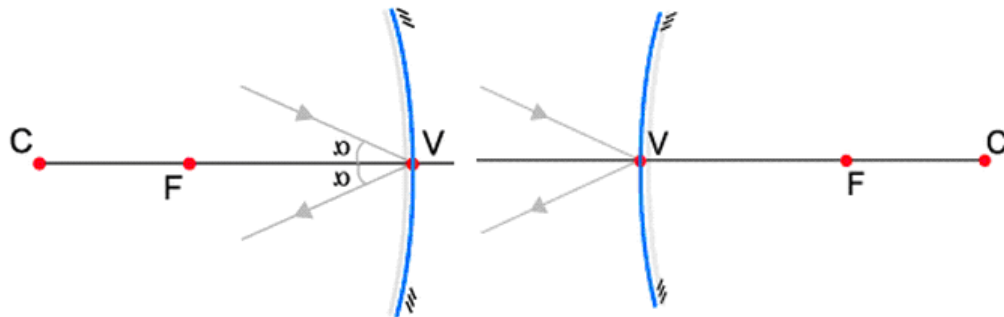


Figura 1-25 Raio incidente passando pelo vértice. (a) Espelho Côncavo (b) espelho Convexo

O Comportamento da luz vinda de uma fonte no infinito quando esta incide sobre um espelho côncavo (**Fig.1-26**) e convexo (**Fig.1-27**). Na primeira, a luz incide converge para um foco real e na outra a luz emerge de um foco virtual.

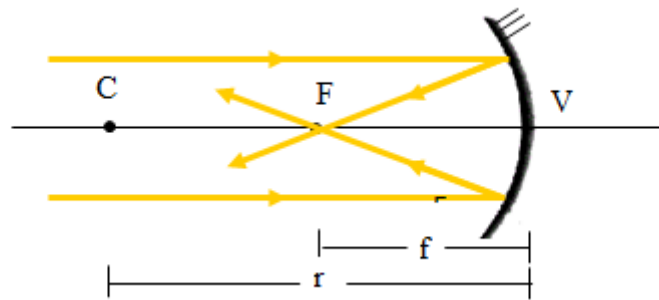


Figura 1-26 Espelho Côncavo

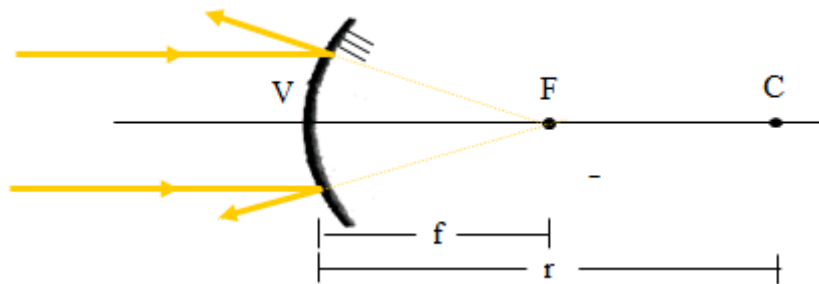


Figura 1-27 Espelho Convexo

Relação entre o foco ( $f$ ) e o raio ( $r$ ) do espelho esférico:  $f = \frac{R}{2}$

A distância entre o foco e o espelho é denominada de comprimento ou distância focal.

### Imagem de um objeto refletido por um espelho esférico

Quanto à posição do objeto, temos cinco situações são elas:



- Objeto após o centro de curvatura
- Objeto no centro de curvatura
- Objeto entre o centro de curvatura e o foco
- Objeto no foco
- Objeto entre o foco e o vértice

Para o espelho côncavo temos abaixo as figuras que mostram as condições ditas anteriormente mencionadas utilizando-se do auxílio dos raios particulares:

**Objeto após o centro de curvatura**

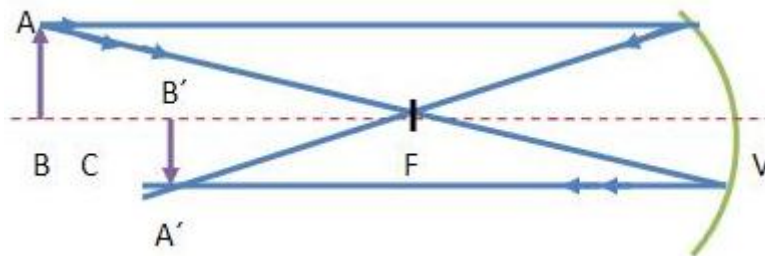


Figura 1-28 Formação de imagem espelho côncavo

*Características da Imagem*

- Real
- Invertida
- Menor que o objeto

**Objeto no centro de curvatura**

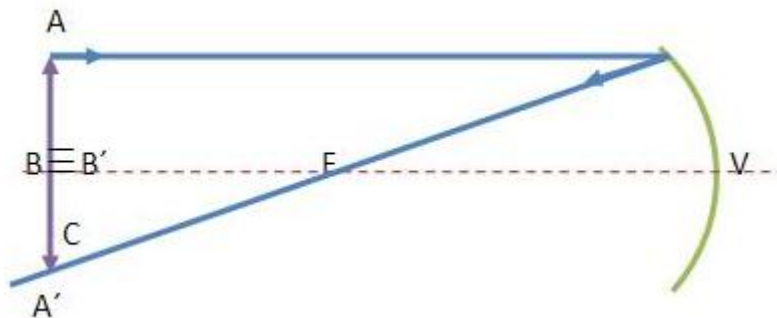


Figura 1-29 Formação de imagem espelho côncavo

*Características da Imagem*

- Real
- Invertida
- Mesmo tamanho do objeto

**Objeto entre o centro de curvatura e o foco**

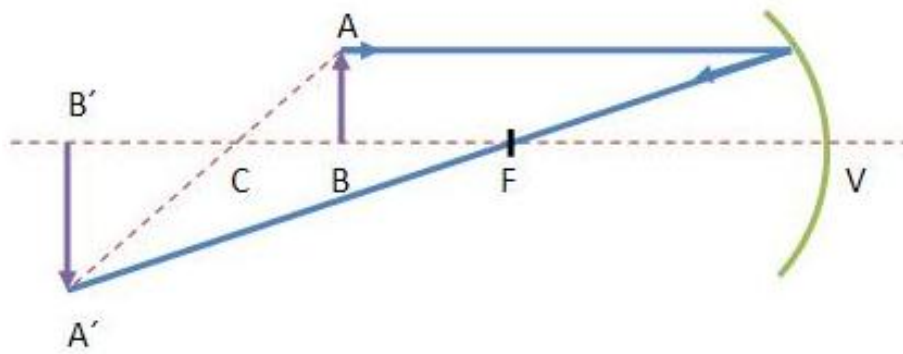


Figura 1-30 Formação de imagem espelho côncavo

*Características da Imagem*

- Real
- Invertida
- Maior que o objeto

**Objeto no foco**

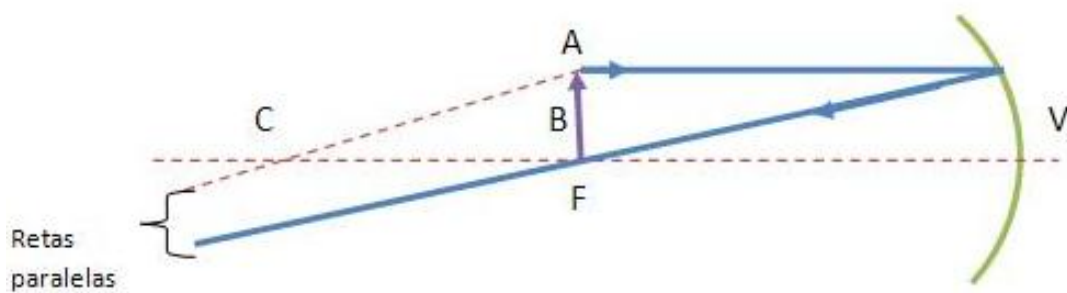


Figura 1-31 Formação de imagem espelho côncavo

*Características da Imagem*

- Imprópria

**Objeto entre o foco e o vértice**

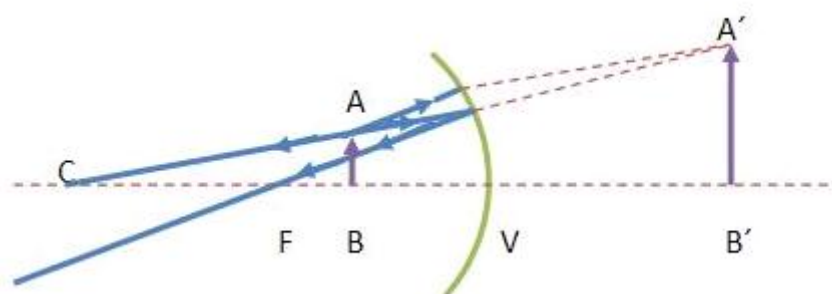


Figura 1-32 Formação de imagem espelho côncavo

*Características da Imagem*

- Virtual

- Direita
- Maior

No caso do espelho convexo observa-se que as características da imagem independem da posição do objeto e a imagem é sempre **virtual direita e menor**.

A relação matemática entre a posição do objeto  $s$ , a posição da imagem do objeto  $s'$  e a distância focal  $f$  do espelho é dada pela equação de Gauss :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

Equação 1-1

Observa-se que se o espelho tiver um raio muito grande, como no caso de um espelho plano, a **Eq.1-1** se reduz a equação para um espelho plano, ou seja, tem-se então:

$$s = -s'$$

A ampliação  $m$  de uma imagem depende da localização do objeto e de sua imagem com relação ao espelho, pois, isto dará a altura da imagem  $y'$ .

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Convenção de sinais: As distâncias aos pontos situados no lado real do espaço são consideradas positivas. No lado virtual, são negativas.

Espelhos côncavos  $\rightarrow r$  e  $s$  são +;  $s'$  é – dependendo da imagem.

Espelho convexo  $\rightarrow r, f$  e  $s'$  é –;

Se  $m$  for +, imagem direta; se for – imagem invertida.

Para a formação da imagem de um objeto situado entre o foco e espelho. Veja que  $m$  é  $> 1$ , e positiva, amplificada (maior) e direta.

Para a formação da imagem de um objeto após o centro de curvatura do espelho. Veja que  $m$  é  $< 1$  e é negativo, ou seja, reduzida (menor) e invertida.

### Diagramas de Raios Aplicados a Espelhos

Um método útil para localizar imagens utilizando-se espelhos esféricos é a construção geométrica denominada diagrama de raios.

Para traçar os raios deve se seguir as seguintes propriedades:

- O **raio paralelo**, que é traçado paralelamente ao eixo. Este raio se reflete passando pelo foco do espelho.
- O **raio focal**, traçado pelo foco. Este raio se reflete paralelamente ao eixo.
- O **raio radial**, traçado pelo centro de curvatura. Este atinge perpendicularmente a superfície do espelho e se reflete na direção da incidência.
- O **raio central**, traçado pelo vértice do espelho. Reflete-se fazendo com o eixo do espelho um ângulo igual ao de incidência.

### 1.3.3. - Lentes esféricas

#### A Ciência das Lentes

A história da óptica começou com a fabricação e o estudo de espelhos e lentes. Há referências a espelhos na, e algumas pinturas europeias do século XIII mostram monges usando óculos. Pode-se dizer que o estudo da reflexão da luz tem por objetivo a compreensão da “ciência dos espelhos”, mas a da refração é para o estudo e compreensão da “ciência das lentes”.

#### Definição Sobre Lentes

Lentes são meios transparentes limitados por focos esféricos. As que têm bordos delgados fazem convergir os raios luminosos, ou seja, são lentes convergentes. As que têm bordos espessos (grossos) fazem divergir os raios incidentes, ou seja, são lentes divergentes.

A parte comum de duas esferas que se compenetrassem, dá um conceito da formação das lentes convergentes; à parte do espaço entre duas esferas que não se cruzam, dá uma ideia da formação das lentes divergentes. As lentes ficam representadas por arcos que se cruzam ou que não se cruzam.

Quando ambas as faces da lente são curva, ou uma é esférica e a outra é plana, a lente é chamada esférica. Há seis possíveis tipos de lentes, que preenchem essa condição. As lentes são de bordas delgadas ou espessas, costuma-se representá-las apenas por fechas (farpas) perpendiculares ao eixo principal: nas convergentes as farpas são dirigidas para fora, enquanto nas de bordos espessos, as divergentes as farpas são dirigidas para dentro em relação ao eixo principal.

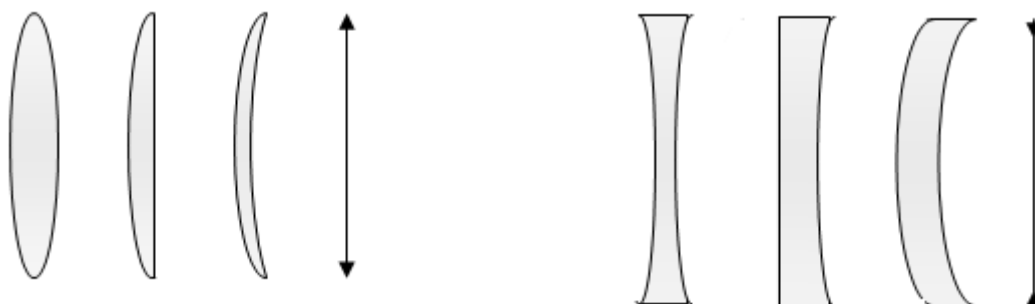


Figura 1-33 (a) Lentes delgadas, convergentes e representação (b) Lentes espessas, divergentes e representação

#### Foco Principal das Lentes

Uma lente pode ser imaginada (e mesmo realizada), superpondo-se prismas cujo ângulo refringente diminui dos bordos para o centro. Em tais condições os vértices dos prismas são dirigidos para fora nas lentes de bordos finos, e para dentro nas lentes de bordos espessos. Em todos os casos, os raios incidentes paralelos ao eixo principal são rebatidos, ao saírem dos prismas elementares, na direção das bases dos mesmos.

Portanto, nas lentes de bordos finos, os raios refratados convergirão e nas bordas espessas, divergirão...

É o que confirma a experiência. No caso de raios incidentes paralelos ao eixo principal, todos os raios convergem diretamente, ou por seus prolongamentos

geométricos, para determinado ponto, denominado foco principal, cuja distância ao centro é a distância focal. Nas lentes convergentes, é um foco real situado do lado da luz refratada; nas divergentes, é um foco virtual, situado do lado da luz incidente.

Se virarmos, face por face, qualquer lente convergente ou divergente, e de qualquer variedade, verificamos que os fenômenos não mudam: as de bordos finos continuam fazendo convergir os raios; as de bordos espessos, fazendo, divergir: as distâncias focais não mudam. Logo, uma lente tem sempre dois focos, um de cada lado e à mesma distância do centro ótico.<sup>i</sup>

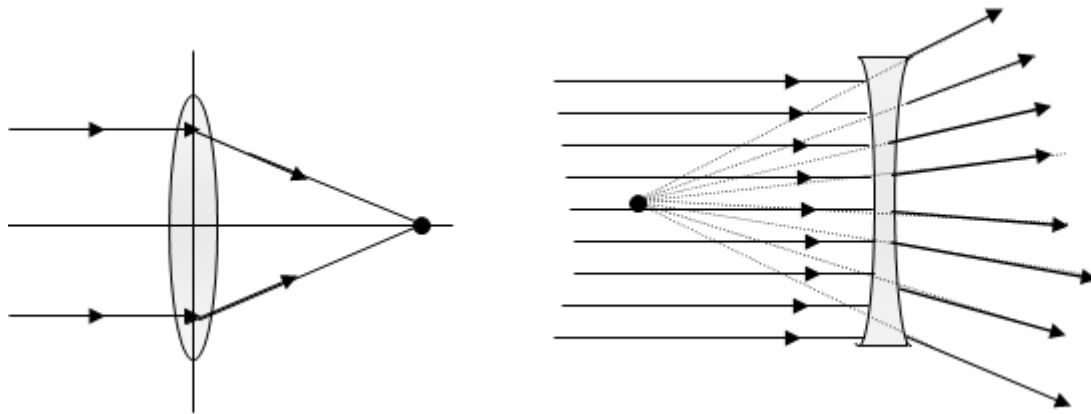


Figura 1-34 (a) Foco imagem, lente convergente (b) Foco imagem, lente divergente

### Existência e Propriedade do Centro Ótico

Numa lente biconvexa, imaginemos dois planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$  tangentes às faces da lente biconvexa e perpendiculares aos raios de curvatura  $I_1C_1$  e  $I_2C_2$ . Se um raio luminoso, tal  $SI_1$ , atravessar a lente segundo  $I_1I_2$ , sairá segundo  $I_2R$  paralelo a  $SI_1$ , tendo apenas experimentado pequeno desvio lateral, como se tivesse atravessado uma lâmina de faces paralelas. O ponto no qual  $I_1I_2$  encontra o eixo principal  $C_1C_2$ , é o centro  $O$  ótico da lente.

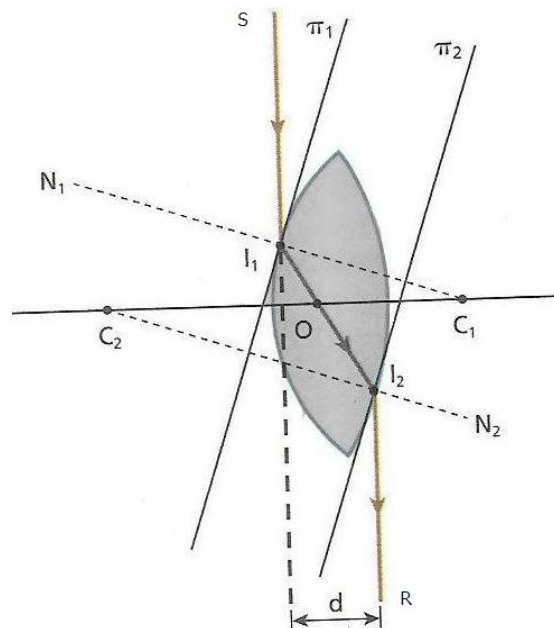


Figura 1-35 Existência do Centro Ótico

Com as lentes delgadas, objeto de nosso estudo, a espessura da lâmina de faces paralelas é tão pequena que o desvio lateral pode ser desprezado; Entre o raio emergente é simplesmente o prolongamento do raio incidente. Daí a propriedade do centro ótico: todo raio luminoso que passa pelo centro ótico não sofre nem refração nem desvio lateral; É eixo secundário.

As lentes divergentes têm igualmente um centro ótico, que tem a mesma propriedade.

### Construção Geométrica das Imagens – Lentes Convergentes

Semelhantemente aos espelhos esféricos, é possível determinar graficamente a posição e a altura da imagem de um objeto conjugado com uma lente esférica. A imagem de um ponto, ou conjugado de um ponto, é o encontro de dois ou mais raios emergentes provenientes deste ponto, através da lente. As lentes esféricas serão representadas de forma simbólica. Conforme foi visto nas **Fig.1-24(a)** e **Fig.1-24(b)**. Utilizaremos ainda referenciais diferentes para objetos e para imagens.

- Para objetos o eixo das abscissas é o eixo principal orientado no sentido oposto ao da luz incidente com a origem no centro ótico da lente;
- Para imagens; o e eixo das abscissas é o eixo principal orientado no mesmo sentido da luz incidente com a origem no centro ótico da lente;
- Para ambos, objetos e imagens, utilizaremos o eixo das ordenadas orientado para cima.

**Obs.:** Os referenciais estabelecidos têm como objetivos manter a convenção já adotada para espelhos curvos. Objetos e imagens reais têm abscissas positivas; objetos e imagens virtuais têm abscissas negativas.

Nas figuras abaixo temos as ilustrações dos raios, de acordo com a convenção adotada.



Figura 1-36 (a) Para objetos (b) Para imagens

- Se objeto for perpendicular ao eixo principal, a imagem também o será (aplanetismo) **Fig.1-37**.

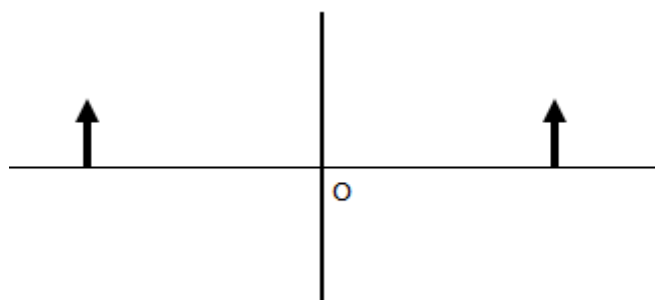


Figura 1-37 Objeto Perpendicular (Aplanetismo)

- ii) O foco objeto ( $F$ ) e o foco imagem ( $F'$ ) estão em lados opostos da lente, a distâncias iguais ( $f$ ) do centro óptico. Os focos objeto e imagem de lentes convergentes são reais e têm abscissas positivas; os focos objeto e imagem de lentes divergentes são virtuais e têm abscissas negativas.

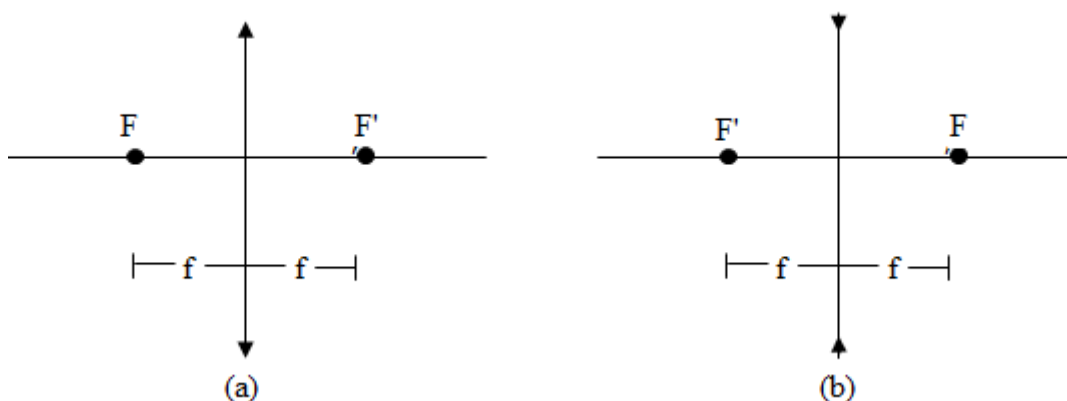


Figura 1-38 (a) Distância focal para lente convergente (b) Distância focal para lente divergente

### Raios particulares

Semelhante ao caso de espelhos esféricos é conveniente estabelecer alguns casos particulares objetivando proceder a um estudo acerca da formação da imagem em lentes esféricas

**Raio Central** - todo raio de luz que atravessa a lente passando pelo centro óptico (O) não sofre desvio.

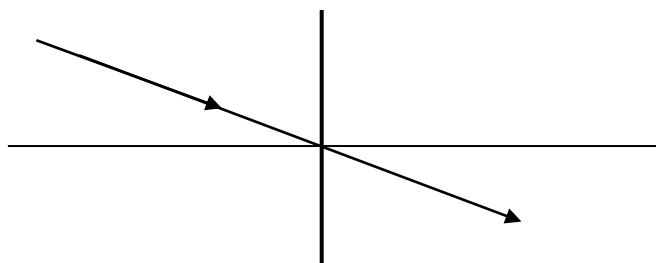


Figura 1-39 Luz que passa pelo Centro Óptico

**Raio Paralelo** - Todo raio de luz que incide na lente paralelamente ao seu eixo principal se refrata passando pelo foco imagem.

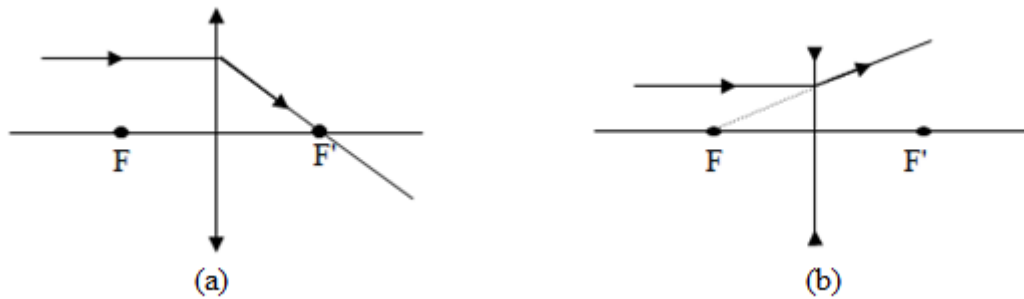


Figura 1-40 Raio Incidindo Paralelamente (a) Lente convergente (b) Lente divergente

**Raio Focal** - Todo raio de luz que incide na lente passando pelo foco objeto se refrata paralelamente ao eixo principal.

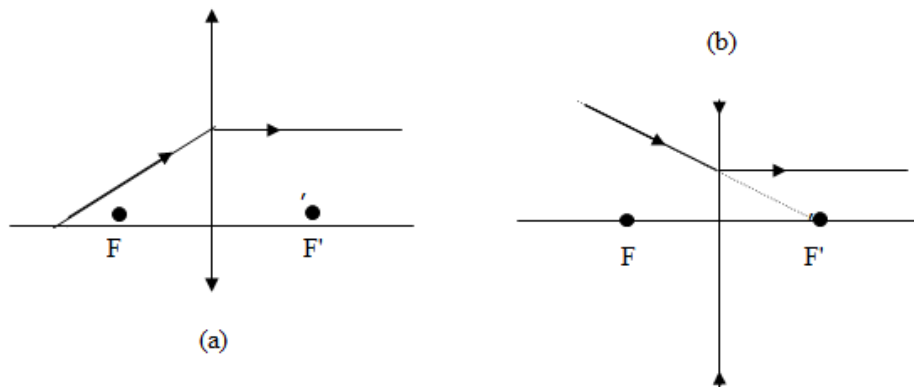


Figura 1-41 Raio incidindo pelo foco (a) Lente convergente (b) Lente divergente

### Lentes Delgadas e Lentes Espessas

A aplicação mais importante é a de achar a posição de um objeto formada por uma lente. É o que se faz analisando a refração em cada superfície, separadamente, a fim de deduzir uma equação que relacione a distância da imagem à distância do objeto, ao raio de curvatura de cada superfície da lente e ao índice de refração da lente.

Vamos considerar lentes delgadas, com o índice de refração  $n$ , com o ar envolvendo-as por ambas as faces. Os raios de curvatura da superfície da lente serão  $r_1$  e  $r_2$ . Se um objeto estiver a uma distância  $s$  da primeira superfície (e, portanto da lente), a distância  $s_1$  da imagem devida à refração na primeira superfície pode ser determinada.

A seguir temos duas figuras que mostram a formação da imagem para o caso de lentes delgadas.

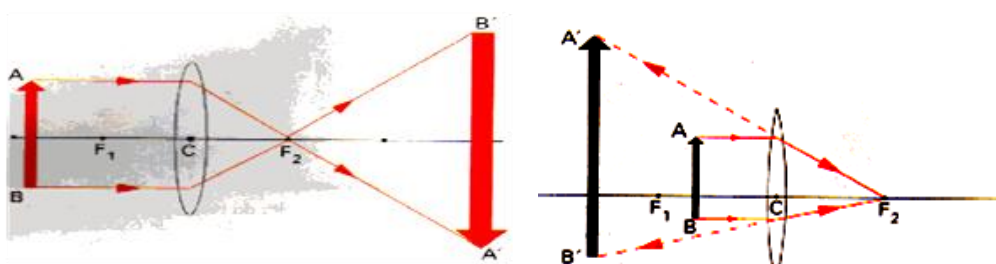


Figura 1-42 Exemplo de imagens formadas nas lentes delgadas



A seguir temos uma figura que mostra a formação da imagem para o caso de lentes espessas.

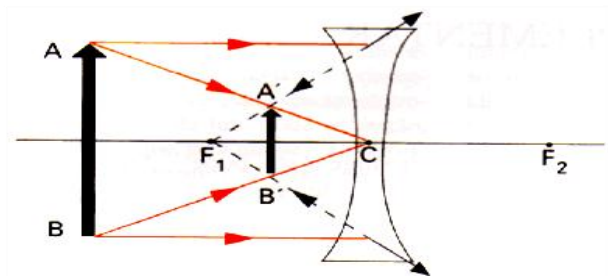


Figura 1-43 Exemplo de imagem formada por lente espessa

### Classificação das Lentes Quanto à Geometria

Conforme as espécies de dióptros associados, podemos ter os tipos de lentes indicados a seguir:

- Dois dióptros esféricos convexos;
- Um dióptro plano e um dióptro convexo;
- Um dióptro esférico côncavo e um dióptro esférico convexo;
- Dois dióptros esféricos côncavos;
- Um dióptro esférico côncavo e um dióptro plano;
- Um dióptro esférico convexo e um dióptro esférico côncavo

### Nomenclatura das Lentes

A nomenclatura das lentes é feita visando indicar as espécies de dióptros associados; convencionando-se citar, inicialmente, o nome da face de maior raio de curvatura.

Sendo uma das faces planas, o seu nome é citado sempre em primeiro lugar, pois o raio de curvatura da face plana tende para infinito ( $R \rightarrow \infty$ ).

Assim, teremos para as lentes citadas:

Bordas Finas:

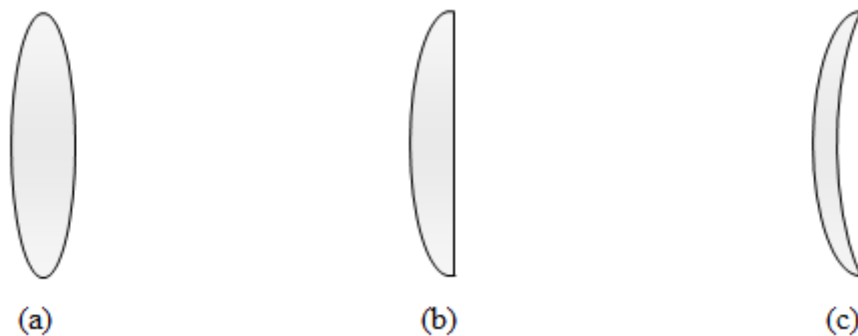


Figura 1-44(a) Biconvexa (b) Côncavo-Convexo (c) Plano-Convexa

### Bordas Grossas:

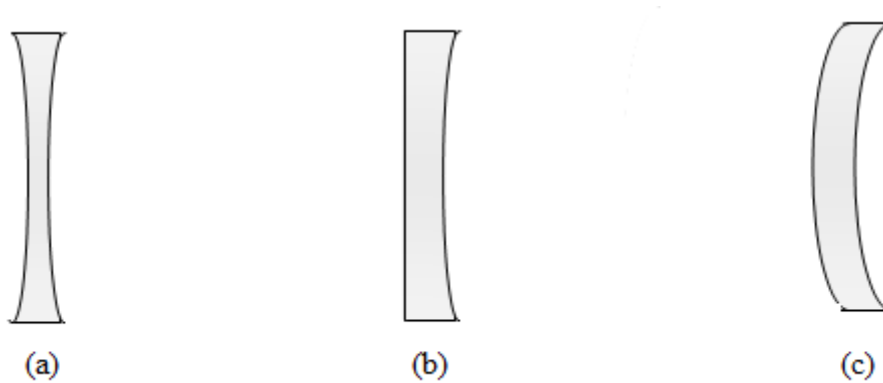


Figura 1-45(a) Bicôncava (b) Plano-Côncava (c) Convexo-Côncava

### 1.3.4. - Dióptro plano

Quando olharmos para objeto que se acha dentro da água, temos a impressão de que ele se encontra mais perto da superfície. A profundidade de uma piscina cheia, por exemplo, parece menor do que realmente é. Nesse caso, o que vemos é uma imagem do objeto, determinada pela luz que se refratou ao atravessar a superfície de separação entre o ar e a água.

O conjunto de dois meios homogêneos e transparentes (ar e água, no exemplo citado), separados por uma superfície plana, constitui um sistema óptico denominado dióptro plano.

Na **Fig.1-46**, representamos a formação da imagem de um objeto real (um peixinho) colocado dentro da água, fornecida pelo dióptro ar-água e observada por uma pessoa no ar. Note que a imagem está mais perto da superfície, tendo natureza virtual.

A **Fig.1-47** mostra como se forma a imagem de um objeto real no ar, estando o observador dentro da água. A imagem é virtual e está mais longe da superfície.

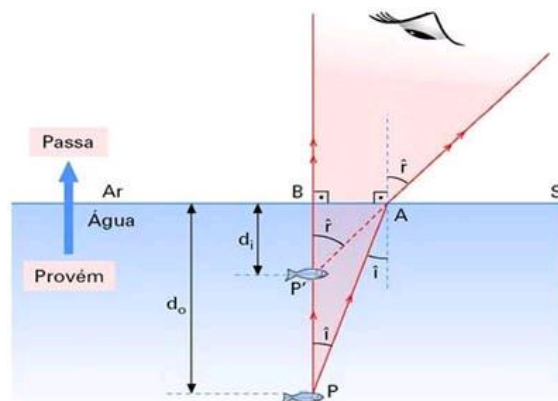


Figura 1-46 Objeto Real na Água



- *No caso de o objeto estar na água:*

- *No caso de o objeto estar no ar:*

Diagram illustrating the geometry of a double-slit interference experiment. A red laser beam enters from the top left, passes through two slits  $A_1$  and  $A_2$  separated by distance  $d$ , and hits a screen at  $B$ . The screen is at distance  $L$  from the slits. The beam is deflected by an angle  $\theta_1$ . The path difference between the two beams is labeled  $e$ . The angle  $\theta_1$  is also labeled  $\theta'_1$ .

Laboratório de Eletricidade e Magnetismo

Seja  $\theta_1$  o ângulo de incidência de um raio luminoso para a primeira face. Então a relação entre os ângulos de incidência  $\theta_1$  e o de refração  $\theta_2$  será dada pela Lei de Snell-Descartes,

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2$$

Na segunda face o ângulo de incidência passa a ser  $\theta_3$ . Considerando a geometria envolvida observa-se que  $\theta_3$  é igual a  $\theta_2$  de forma que utilizando novamente a lei de Snell-Descartes teremos

$$n_2 \cdot \text{sen} \theta_2 = n_1 \cdot \text{sen} \theta_1'$$

Onde  $\theta_1'$  é o ângulo de refração na segunda superfície.

Verifica-se então que para as duas expressões anteriores concluímos que:

$$\theta_1' = \theta_1$$

Observa-se que na primeira refração o raio luminoso sofre um desvio  $d$  em relação à sua trajetória normal.

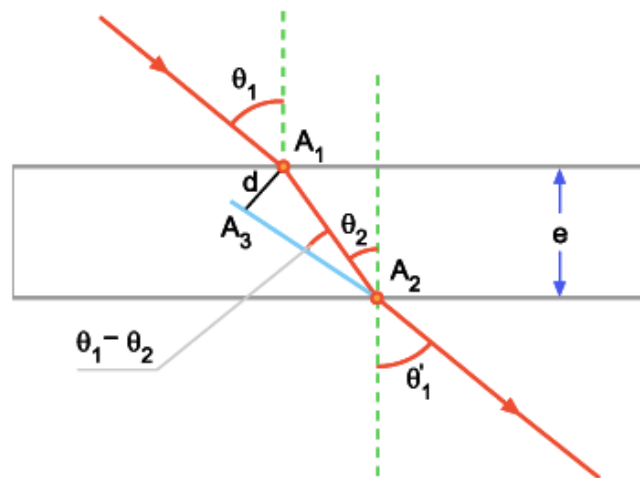


Figura 1-49 Lâmina de faces paralelas

A partir da figura acima é possível escrever as seguintes relações:

$$\text{sen}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{A_1 A_2}$$

&

$$\cos \theta_2 = \frac{e}{A_1 A_2}$$

Dividindo uma expressão pela outra obtemos então o desvio  $d$  sofrido pelo raio luminoso:

$$d = \frac{e \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

Conclui-se, assim, que na lâmina de faces paralelas, sendo iguais os meios externos, o raio emergente é paralelo ao raio incidente, ocorrendo apenas um desvio (d) lateral (translação) do raio luminoso ao atravessar a lâmina de faces paralelas.

---

## 2| Fibra Óptica

### 2.1. Como surgiu

A comunicação com fibra óptica tem suas raízes nas invenções do século XIX. Um dispositivo denominado Fotofen convertia sinais de voz em sinais óticos utilizando a luz do sol e lentes montadas em um transdutor que vibrava ao entrar em contato com o som.

A fibra óptica em si foi inventada pelo físico indiano Narinder Singh Kanpany, ela se tornou mais prática durante os anos 60 com o surgimento das fontes de luz de estado sólido, raio laser e os LEDs (do inglês light-emitting diodes), e das fibras de vidro de alta qualidade livres de impurezas. As companhias telefônicas foram as primeiras a se beneficiar do uso de técnicas de fibra ótica em conexões de longa distância, em meados da década de 1980, foram estendidos, nos Estados Unidos e no Japão, milhares de quilômetros de cabos de fibra óptica para estabelecer comunicações telefônicas.

As fibras ópticas são usadas em vários equipamentos médicos projetados para examinar o interior do corpo, uma vez que as imagens transmitidas podem ser ampliadas e manipuladas para permitir uma observação mais detalhada de cavidades do organismo. Recorre-se também à fibra óptica nos estudos de física e engenharia nuclear para a visualização das operações que se realizam na inspeção do núcleo dos reatores.

#### Histórico

Há 5 milhões de anos homens primitivos iniciaram as comunicações ópticas com sinais e gestos visuais, os passos mais importantes para o descobrimento da fibra óptica foram iniciados com os estudos mais profundos do comportamento da luz, abaixo estão destacados datas importantes no desenvolvimento da fibra óptica:

1870: John Tyndal mostrou a Royal Society que a luz se curva para acompanhar um esguicho d'água.

1876: Invenção do telefone analógico por Graham Bell que existe até hoje.

Século XX: O mundo se enreda de redes telefônicas analógicas:

1926: John Logie Baird patenteia uma TV a cores primitiva que utilizava bastões de vidro para transportar luz.

1930-40: Alguns guias de luz foram desenvolvidos de Perplex para iluminar cirurgias.

1940: 1º cabo coaxial transporta até 300 ligações telefônicas ou um canal de TV com uma portadora de 3 MHz.

1948: Os cabos coaxiais apresentam perdas grandes para  $f > 10$  MHz. Assim surgiu a 1ª transmissão por microonda com portadora de 4 GHz.

1950: Pesquisadores começam a sugerir o uso de uma casca em volta da fibra para guiar a luz. Os primeiros "fibrescopes" foram desenvolvidos mas o custo ainda é proibitivo.

1952: O físico indiano Narinder Singh Kanpany inventa a fibra óptica.

1964: Kao especulou que se a perda da fibra for somente 20 dB/km, seria possível, pelo menos teoricamente, transmitir sinais a longa distância com repetidores. 20 dB/km: sobra apenas 1% da luz após 1 km de viagem. Objetivos: menor custo e melhores para o transporte da luz.

1968: As fibras da época tinham uma perda de 1000 dB/km. The Post Office patrocina projetos para obter vidros de menor perda.

1970: Corning Glass produziu alguns metros de fibra óptica com perdas de 20 db/km.

1973: Um link telefônico de fibras ópticas foi instalado no EEUU.

1976: Bell Laboratories instalou um link telefônico em Atlanta de 1 km e provou ser praticamente possível a fibra óptica para telefonia, misturando com técnicas convencionais de transmissão. O primeiro link de TV a cabo com fibras ópticas foi instalado em Hastings (UK). Rank Optics em Leeds (UK) fabrica fibras de 110 mm para iluminação e decoração.

1978: Começa em vários pontos do mundo a fabricação de fibras ópticas com perdas menores do que 1,5 dB/km. para as mais diversas aplicações

1988: Primeiro cabo submarino de fibras ópticas mergulhou no oceano e deu início a superestrada de informação.

2001: A fibra óptica movimentava cerca de 30 bilhões de dólares anuais.

## 2.2. Composição

Atualmente, nas telecomunicações, utilizam-se "fios de vidro", em vez dos tradicionais cabos metálicos, geralmente do cobre. O funcionamento desses "fios de vidro", chamado de fibras ópticas é simples. Cada filamento constituinte de uma fibra óptica é formado basicamente de um núcleo central de vidro com índice de refração elevado e de uma casca envolvente feita de vidro com índice de refração menor. Observe as figuras abaixo, que mostra a composição de uma fibra óptica.

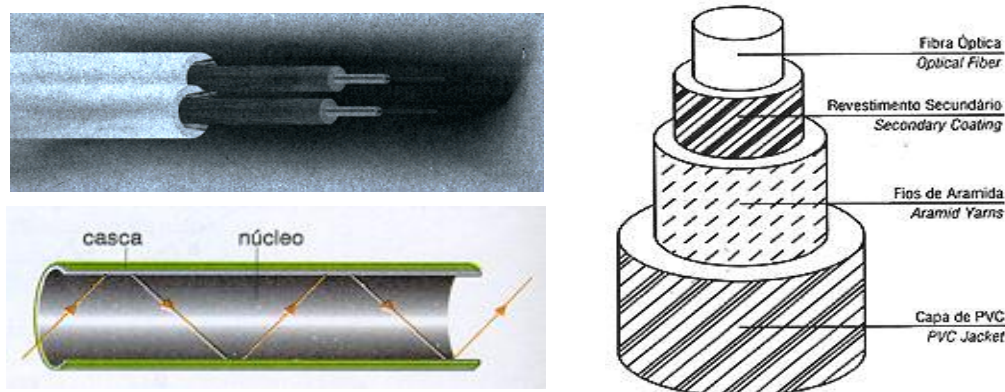


Figura 2-1 A fibra Óptica

O feixe de luz que penetra no filamento sofre sucessivas reflexões totais na superfície de separação entre os dois tipos de vidro assim vai caminhando, podendo percorrer dessa forma até milhares de quilômetros, pois a perda de energia nas reflexões não é apreciável. Por isso, modulada de modo conveniente, essa luz pode ser transformada em sinal elétrico, sonoro ou luminoso conforme a informação transmitida.

As fibras ópticas têm muitas vantagens em relação aos cabos metálicos:

Elas multiplicam por mil, ou mais, a capacidade de transportar informações;

Sua matéria-prima (sílica) é muito mais abundante que os metais, baixando o custo de produção e eliminando o perigo de escassez;

Elas não sofrem interferências elétricas nem magnéticas, o que impede os "grampeamentos" e as linhas cruzadas;

São imunes a falhas, tornando as comunicações mais confiáveis;

Os fios de vidro são mais resistentes à ação do ambiente: não enferrujam, não se oxidam e não são atacados pela maioria dos agentes químicos.

**Índice de Refração:** É definido por:  $n = c/v$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $v$  é a velocidade da luz no meio em questão. Cabe salientar que o índice de refração depende do comprimento de onda da luz, o que nas fibras óticas irá provocar a dispersão do impulso luminoso, limitando a capacidade de transmissão de sinais.

**Reflexão e Refração:** Outro conceito fundamental e importante numa fibra, como veremos adiante, dado pela Lei de Snell:  $n_i \cdot \sin \theta_i = n_t \cdot \sin \theta_t$ .

**Ângulo Crítico e Reflexão Interna Total:** A Reflexão Interna Total é o mais importante conceito físico que se aplica numa fibra ótica, pois é nisto que se baseia o princípio de transmissão de todas as fibras. O ângulo crítico ocorre, quando aumentamos o ângulo de incidência de modo que o ângulo do raio refratado tende a  $90^\circ$ . Uma incidência com ângulo maior do que este sofre o fenômeno da Reflexão Interna Total.

Uma fibra óptica é um capilar formado por materiais cristalinos e homogêneos, transparentes o bastante para guiar um feixe de luz (visível ou infravermelho) através de um trajeto qualquer. As estruturas básicas desses capilares são cilindros concêntricos com determinadas espessuras e com índices de refração tais que permitam o fenômeno da reflexão interna total. O centro (miolo) da fibra é chamado de núcleo e a região externa é chamada de casca. Para que ocorra o fenômeno da reflexão interna total é necessário que o índice de refração do núcleo seja maior que o índice de refração da casca.

Os tipos básicos de fibras ópticas são:

Fibra de índice degrau;

Fibra de índice gradual;

Fibra monomodo.



### 2.3. Propriedade da fibra óptica

- A fibra óptica apresenta certas características particulares, que podemos tratar como vantagens, quando comparadas com os meios de transmissão formados por condutores metálicos, tais como:
- Imunidade a ruídos externos em geral e interferências eletromagnéticas em particular, como as causadas por descargas atmosféricas e instalações elétricas de altas tensões;
- Imunidade a interferências de frequências de rádio de estações de rádio e radar, e impulsos eletromagnéticos causados por explosões nucleares;
- Imune a influência do meio ambiente, como por exemplo umidade;
- Ausência de diafonia;
- Grande confiabilidade no que diz respeito ao sigilo das informações transmitidas;
- Capacidade de transmissão muito superior a dos meios que utilizam condutores metálicos;
- Baixa atenuação, grandes distâncias entre pontos de regeneração;
- Cabos de pequenas dimensões (pequeno diâmetro e pequeno peso) o que implica em economia no transporte e instalação.

### 2.4. Aplicações da fibra óptica

- Redes de telecomunicações;
- Entroncamentos locais;
- Entroncamentos interurbanos;
- Conexões de assinantes;
- Redes de comunicação em ferrovias;
- Redes de distribuição de energia elétrica (monitoração, controle e proteção);
- Redes de transmissão de dados e fac-símile;
- Redes de distribuição de radiodifusão e televisão;
- Redes de estúdios, cabos de câmeras de TV;
- Redes internas industriais;
- Equipamentos de sistemas militares;
- Aplicações de controle em geral;
- Veículos motorizados, aeronaves, navios, instrumentos;
- Confeção de endoscópios com feixes de Fibras Ópticas para iluminação;
- Uso de Fibras como ponta de bisturi óptico para cirurgias a laser, como:
  - Cirurgias de descolamento de retina;
  - Desobstrução de vias aéreas (cirurgias na faringe ou traquéia);
  - Desobstrução de vias venosas ("limpeza" de canais arteriais, evitando pontes de safena);
  - Uso odontológico: aplicação de selantes.

### 2.5. Características

#### Atenuação

A atenuação ou perda de transmissão pode ser definida como a diminuição da intensidade de energia de um sinal ao propagar-se através de um meio de transmissão.

A fórmula mais usual para o cálculo da atenuação é a seguinte  $10 \cdot \log \frac{P_s}{P_e}$ , onde:

- $P_s$  é a potência de saída.
- $P_e$  é a potência de entrada.

Nas fibras ópticas, a atenuação varia de acordo com o comprimento de onda da luz utilizada. Essa atenuação é a soma de várias perdas ligadas ao material que é empregado na fabricação das fibras e à estrutura do guia de onda. Os mecanismos que provocam atenuação são:

- Absorção;
- Espalhamento;
- Deformações mecânicas.

### **Absorção**

Os tipos básicos de absorção são:

- Absorção material
- Absorção do íon  $\text{OH}^-$

A absorção material é o mecanismo de atenuação que exprime a dissipação de parte da energia transmitida numa fibra óptica em forma de calor. Neste tipo de absorção temos fatores extrínsecos e intrínsecos à própria fibra.

Como fatores intrínsecos, temos a absorção do ultravioleta, a qual cresce exponencialmente no sentido do ultravioleta, e a absorção do infravermelho, provocada pela sua vibração e rotação dos átomos em torno da sua posição de equilíbrio, a qual cresce exponencialmente no sentido do infravermelho.

Como fatores extrínsecos, temos a absorção devido aos íons metálicos porventura presentes na fibra (Mn, Ni, Cr, U, Co, Fe e Cu) os quais, devido ao seu tamanho, provocam picos de absorção em determinados comprimentos de onda exigindo grande purificação dos materiais que compõem a estrutura da fibra óptica.

A absorção do  $\text{OH}^-$ (hidroxila) provoca atenuação fundamentalmente no comprimento de onda de 2700 nm e em sobre tons (harmônicos) em torno de 950 nm, 1240 nm e 1380 nm na faixa de baixa atenuação da fibra. Esse íon é comumente chamado de água e é incorporado ao núcleo durante o processo de produção. É muito difícil de ser eliminado.

## 3| Interferência, difração e polarização

### 3.1. Polarização da luz

O conceito de polarização está associado à certas particularidades no que diz respeito ao comportamento das ondas eletromagnéticas. Desse modo faz sentido associar o termo “polarização” à luz, dado ao seu caráter ondulatório. Uma onda eletromagnética, tal como a luz, é constituída por uma distribuição espacial de campo elétrico  $\mathbf{E}$  e magnético  $\mathbf{H}$  mutuamente perpendiculares, e ambos apresentam-se perpendiculares à própria direção de propagação. A figura a seguir ilustra um exemplo de onda eletromagnética.

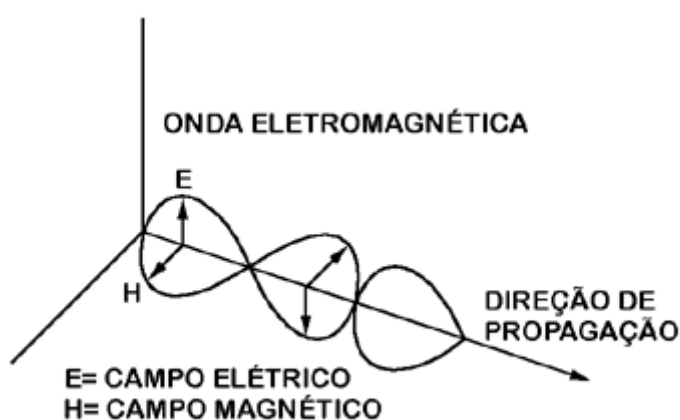


Figura 3-1 Onda eletromagnética

A direção de polarização da onda eletromagnética é definida pela orientação do campo elétrico  $\mathbf{E}$ . Um feixe de luz é constituído por um grande numero de ondas que são emitidos a partir da fonte luminosa. Observa-se que um feixe de luz, dado pela representação da distribuição de campo elétrico por ser representado utilizando a figura a seguir:

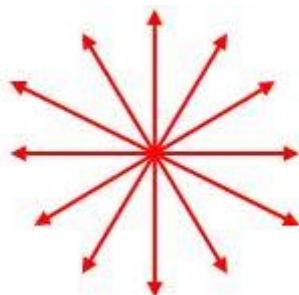


Figura 3-2 Campo elétrico de um feixe de luz não polarizado

Uma onda transversal possui seu plano de vibração perpendicular à direção de propagação, onde a vibração não assume uma direção preferencial dentro deste plano. Uma onda é dita ser polarizada, quando possui uma única direção de vibração. No caso de uma onda eletromagnética polarizada, o campo elétrico irá assumir uma única

direção de vibração, e o campo magnético, perpendicular ao campo elétrico, irá vibrar também em uma única direção.

Alguns materiais têm a propriedade de **polarizar** a luz, isto é, só deixam passar a parte da onda que oscila numa determinada direção. A luz que atravessa um filtro polarizador oscila num único plano. A figura a seguir ilustra tal efeito.

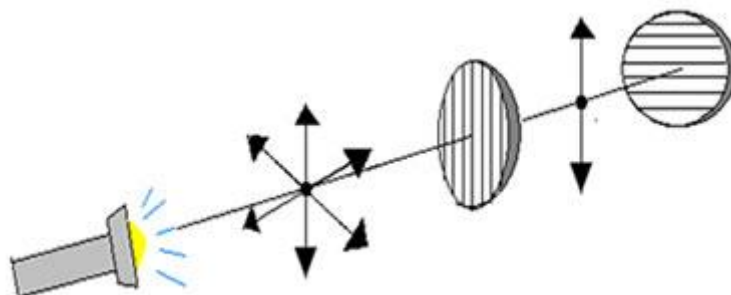


Figura 3-3 Polarização da luz

Se colocarmos um segundo filtro polarizador a seguir ao primeiro, e os planos de polarização dos dois filtros coincidirem, a luz atravessará os dois filtros, ficando polarizada nesse plano. Mas se os planos dos dois filtros forem perpendiculares, nenhuma parte da luz polarizada pelo primeiro filtro conseguirá passar através do segundo polarizador, colocado um anteparo após o segundo polarizador não será observar-se-á luz.

De maneira geral têm-se três tipos de polarização: Linear, circular e elíptica. Observa-se que a polarização do tipo circular é o caso geral da polarização linear e elíptica.

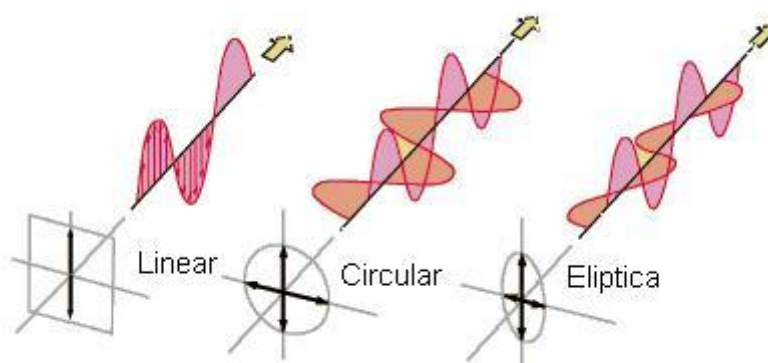


Figura 3-4 Tipos de polarização de onda

### 3.2. Interferência e difração

A **interferência** é o fenômeno proveniente da superposição de ondas eletromagnéticas numa mesma região do espaço. A luz dado ao caráter ondulatório é susceptível superposição desses campos de forma que o efeito final obtido é observado por variações espaciais na intensidade da luz resultante. Estas variações de intensidade são chamadas de franjas de interferência.

**Difração** é o nome genérico dado aos fenômenos associados a desvios da propagação da luz em relação ao previsto pela óptica geométrica. Isso surge pela

natureza ondulatória da luz. O fenômeno da difração pode ser observado quando um frente de onda de luz passa por um obstáculo. Observa-se que nesse caso a luz tende a encurva-se em torno do obstáculo de forma a dispersar-se na sombra geométrica dessa barreira. Os efeitos de difração são apreciáveis quando os obstáculos ou aberturas são de dimensões comparáveis ao comprimento de onda. A figura a seguir ilustra o fenômeno da difração.

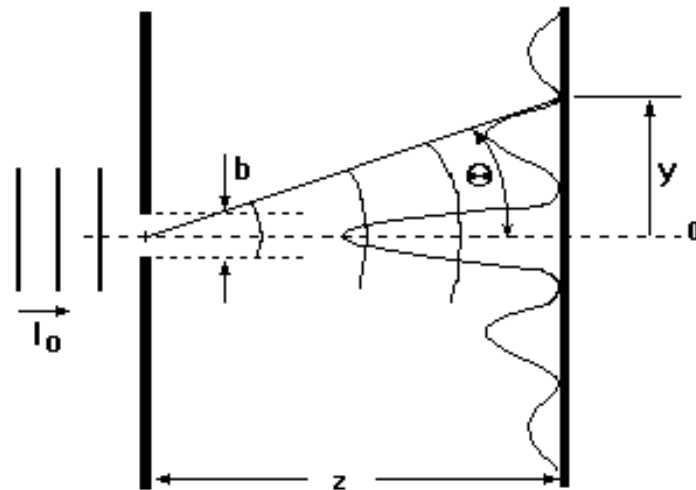


Figura 3-5 Fenômeno da difração

Na **Fig.3-5** um feixe de luz monocromática passa por uma fenda de largura **b** e atinge um anteparo a uma distância **z**.

As ondas de Huygens originárias em cada ponto da abertura interferem entre si e produzem o padrão de difração ilustrado nesta figura. Observamos um máximo central e pontos onde a intensidade luminosa diminui e aumenta formando as franjas de interferência. O aumento bem como a diminuição da intensidade é observado ora pela interferência construtiva ora pela interferência destrutiva.

A intensidade de cada máximo secundário sucessivo decresce com a distância a partir do centro. Entre os máximos sucessivos ocorrem mínimos de intensidade nos ângulos  $\theta'$  dada por :

$$b \sin \theta' = \pm m' \lambda \quad (m' = 1, 2, \dots)$$

Os pontos de máximos estão aproximadamente a meio caminho entre seus mínimos adjacentes. Assim os ângulos  $\theta$  que localizam os máximos são dados por:

$$b \sin \theta = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad (m' \approx 1, 2, \dots)$$

### 3.2.1. A rede de difração

Verifica-se experimentalmente que com o aumento no numero de fendas obtém-se franjas de interferência onde os máximos encontram-se nas mesmas posições que o caso de fenda simples, porém apresentam-se mais agudos e mais estreitos. A rede de difração é um dispositivo constituído por um grande numero de fendas paralelas igualmente espaçadas em uma superfície plana. A **Fig.3-6** a seguir mostra uma ilustração:

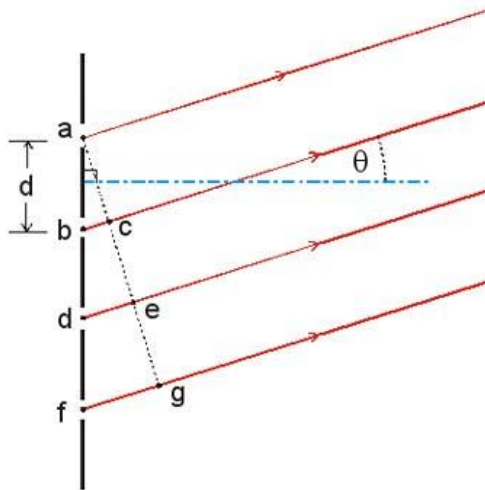


Figura 3-6 Rede de difração

Observando sob o ponto de vista de uma única fenda temos que:

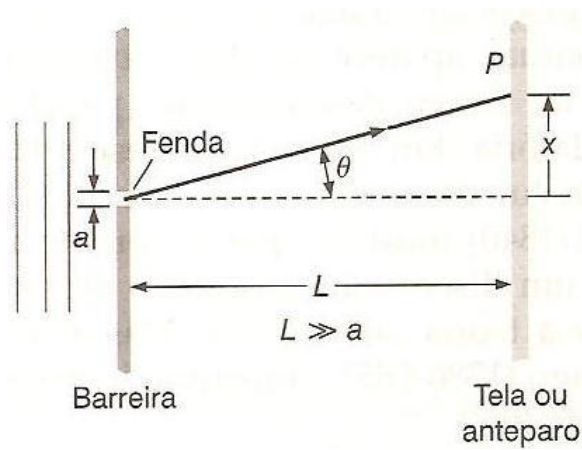


Figura 3-7 Considerações para cálculo

Para o caso da rede de difração observa-se que as franjas de interferência máxima estão localizadas em posições tais que:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad m=0,1,2 \dots$$

## 4| Procedimentos Experimentais

### 4.1. Guia do Experimento

## Reflexão da Luz

### As Leis da Reflexão: Espelhos Planos

#### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; superfície refletora conjugada: côncava, convexa e plana; **diafragma com uma fenda**; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°;

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-1**).

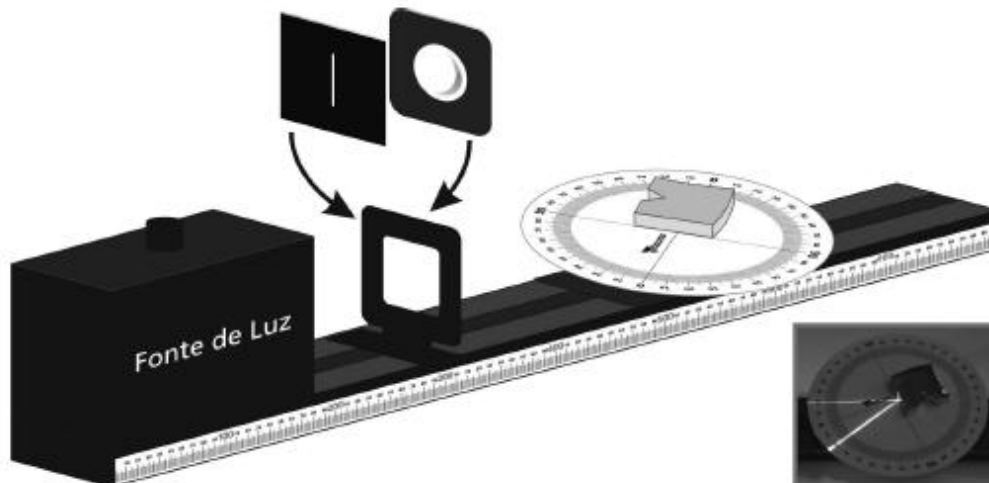


Figura 4-1 Montagem para o experimento: Espelhos planos

2. Colocar em um lado do cavaleiro metálico o diagrama com uma fenda e do outro lado uma lente convergente de distância focal 12cm. Ajustar a posição do conjunto para que o filamento da lâmpada fique no foco da lente;
3. Ligar a fonte de luz e ajustar o raio luminoso bem no centro do transferidor;

4. Colocar o espelho plano no disco ótico e girar o disco ótico de forma que o ângulo de incidência varie de  $10^\circ$  em  $10^\circ$ . Anotar as medidas dos ângulos de reflexão correspondentes na **Tab.4-1**.
5. Com base nos valores da tabela acima, que relação existe entre o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão?

.....

.....

.....

Ângulo de incidência (I)	Ângulo de reflexão (R)
$0^\circ$	
$10^\circ$	
$20^\circ$	
$30^\circ$	
$40^\circ$	
$50^\circ$	
$60^\circ$	
$70^\circ$	

Tabela 4-1

6. Com base nas observações acima escrever as leis da reflexão.

.....

.....

.....



## Associação de Espelhos Planos

### MATERIAL UTILIZADO:

2 espelhos planos 60x80mm; 2 fixadores de espelho plano; suporte para disco giratório; Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-2**).

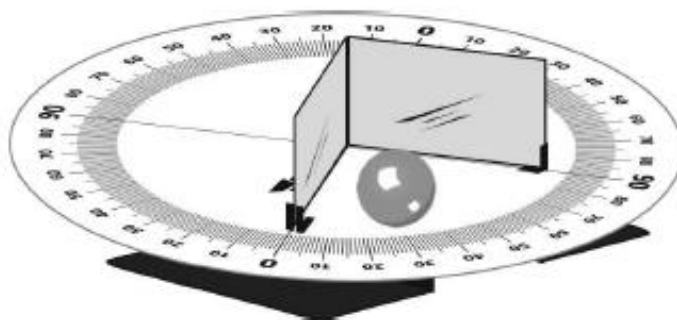


Figura 4-2 Montagem para o experimento Associação de espelhos planos

2. Colocar os espelhos planos sobre o transferidor formando um ângulo de 60° entre eles;
3. Colocar um objeto entre os espelhos e contar o número de imagens formado pelos espelhos.  $N_{medido} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
4. Calcular o número de imagens esperado teoricamente. O resultado obtido foi o esperado?

.....  
.....  
.....

$$N_{teórico} = \left( \frac{360^\circ}{\alpha} \right) - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Equação 4-1

5. Realizar os mesmos procedimentos para a associação de espelhos com ângulos de 30°, 45°, 90° e 120°. Preencher a **Tab.4-2** com os resultados.

Ângulo entre espelhos	N teórico	N medido
120°		
90°		
60°		
45°		
30°		

Tabela 4-2 Valores nominais e medidos do número de imagens entre espelhos

6. O que esperaríamos no caso de 2 espelhos colocados em paralelo, um de frente para o outro, e um objeto entre eles? Qual o número de imagens esperado? Comente.

.....

.....

.....

---

## Reflexão da Luz em Espelhos Côncavos

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; superfície refletora conjugada: côncava, convexa e plana; **diafragma com cinco fendas**; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-3**).

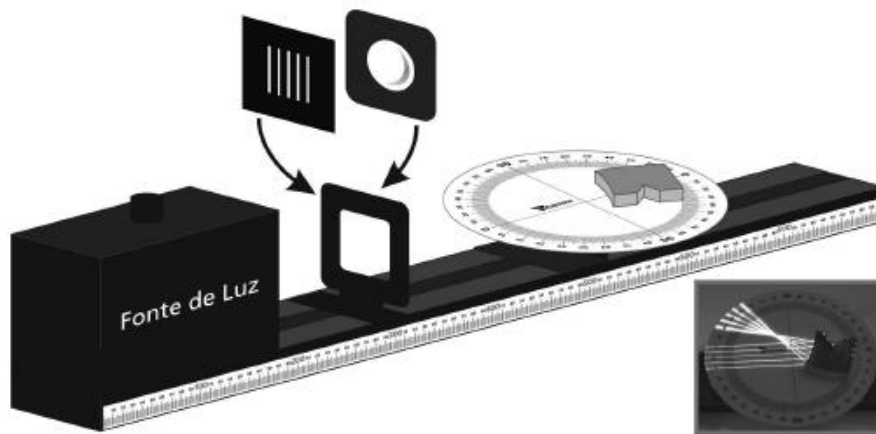


Figura 4-3 Montagem para o experimento Reflexão da luz em espelhos côncavos

2. Utilizar a mesma montagem do primeiro experimento e colocar no disco ótico o espelho côncavo;
3. Substituir o diafragma de uma fenda pelo diafragma de 5 fendas e ligar a fonte de luz. Posicionar a lente convergente para correção do feixe, isto é, para que fiquem paralelos entre si;
4. Ajustar o feixe luminoso paralelamente ao eixo principal do espelho côncavo;
5. Identificar os elementos principais do espelho côncavo;
6. Como se chama o ponto de cruzamento do feixe refletido com o eixo principal do espelho côncavo?  
.....
7. No espelho côncavo o foco é real ou virtual?  
.....
8. Enunciar as propriedades do raio luminoso do espelho côncavo;  
.....  
.....  
.....  
.....

---

## Reflexão da Luz em Espelhos Convexos

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; superfície refletora conjugada: côncava, convexa e plana; **diafragma com cinco fendas**; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-4**).

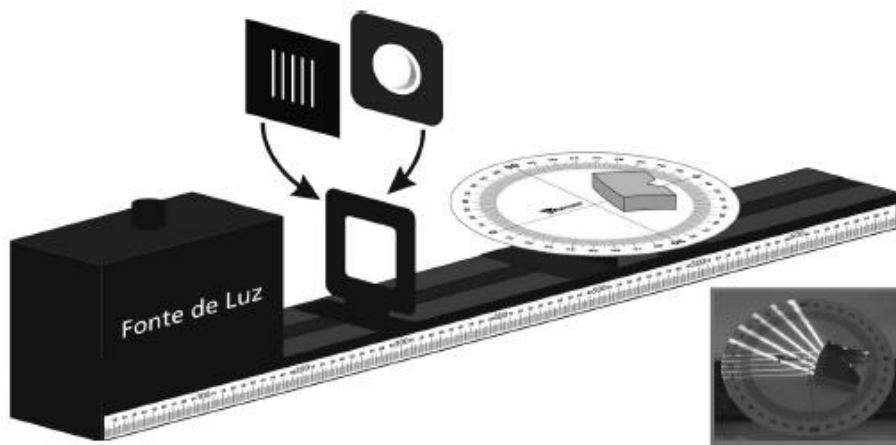


Figura 4-4 Montagem para o experimento Reflexão da luz em espelhos convexos

2. Utilizar a mesma montagem do experimento anterior e colocar no disco ótico o espelho convexo;
3. Ajustar o feixe luminoso paralelamente ao eixo principal do espelho convexo;
4. Identificar os elementos principais do espelho convexo;
5. Como se chama o ponto de cruzamento do feixe refletido com o eixo principal do espelho convexo?  
.....
6. No espelho convexo o foco é real ou virtual? Comente sua resposta.  
.....  
.....  
.....
7. Enunciar as propriedades do raio luminoso do espelho côncavo.  
.....  
.....  
.....  
.....

---

## Distância Focal de um Espelho Côncavo

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Vela; 2 cavaleiros metálicos; espelho côncavo Ø5cm e 20cm de distância focal, em moldura plástica com fixação magnética; trena de 2m; Anteparo para projeção com fixador magnético; caixa de fósforos;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-5**).



**Figura 4-5** Montagem para o experimento Distância focal de um espelho côncavo

2. Utilizar um espelho côncavo de distância focal 20cm para projetar a imagem do objeto (vela acesa) no anteparo;
3. Colocar o espelho  $f=20cm$  à  $50cm$  ( $D_o = 50cm$ ) do objeto (vela acesa);
4. Ajustar a posição do anteparo para que a imagem projetada fique bem nítida (movimentar o anteparo para frente e para trás);
5. Medir a distância da imagem ao espelho.  $D_i = \text{_____} cm$ .
6. Utilizar a equação de Gauss para calcular a distância focal do espelho:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i}$$

onde  $D_o$  é a distância objeto-espelho e  $D_i$  é a distância espelho-imagem.

7. Colocar os resultados na **Tab.4-3** e completa-la para outras posições do objeto:

N	$D_0$ (cm)	$D_i$ (cm)	$f$ (cm)
1	50		
2	45		
3	42		
4	37		
5	30		

**Tabela 4-3** Tabela que relaciona os valores medidos de  $D_0$  e  $D_i$  a fim de determinar o foco da lente.

8. Calcular o valor médio da distância focal.  $f = \text{_____} \text{ cm}$ .
9. A imagem projetada no anteparo é real ou virtual? Comente.  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
10. A imagem projetada no anteparo é direta ou invertida? \_\_\_\_\_
11. Utilizando as propriedades do raio luminoso, fazer um desenho mostrando o espelho côncavo, o objeto e a formação da imagem no anteparo para  $D_0=30\text{cm}$  (utilizar uma escala de 1:4) e informar as características da imagem.  
**Nota:** Lembre que é possível fazer esse diagrama para o objeto situado em diferentes posições ( $D_0$ ) em relação ao foco do espelho. O aluno deve ser capaz de fazer todos esses diagramas, tanto para espelhos côncavos quanto para convexos.

## Refração da Luz

### Determinação do Índice de Refração de um Material

#### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; superfície refletora conjugada: côncava, convexa e plana; **diafragma com uma fenda; lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°; **Perfil em acrílico semicircular**;

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-6**).

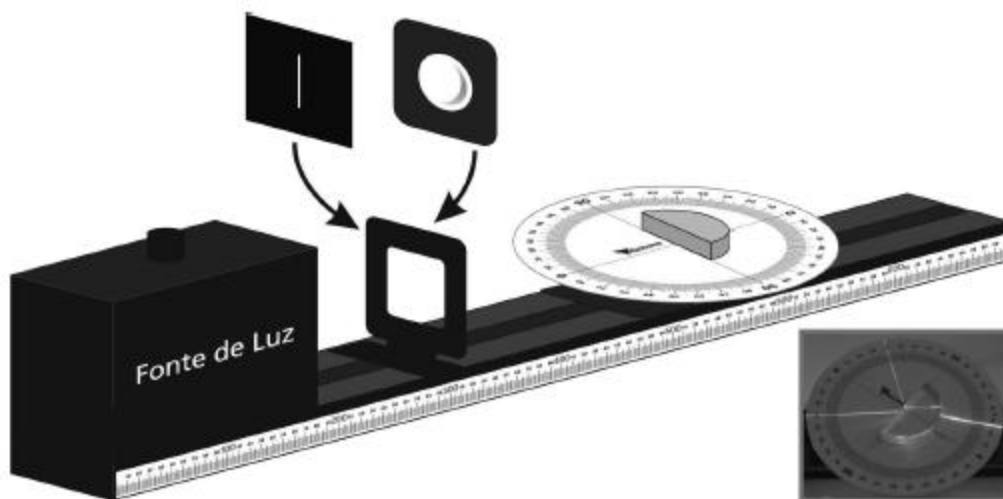


Figura 4-6 Montagem para o experimento Determinação do índice de refração de um material

2. Colocar em um lado do cavaleiro metálico o diafragma com uma fenda e do outro lado uma lente convergente de distância focal 12 cm. Ajustar a posição do conjunto para que o filamento da lâmpada fique no foco da lente;
3. Ligar a fonte de luz e ajustar o raio luminoso bem no centro do transferidor;
4. Colocar o semicírculo no disco ótico, conforme foto e ajustá-lo no disco ótico de tal modo que o ângulo de incidência seja igual a 0°, e o ângulo de refração também 0°;
5. Girar o disco variando o ângulo de incidência de 10° em 10°. Anotar os valores dos ângulos de refração na **Tab.4-4**;

Ângulo de incidência (i)	sen(i)	Ângulo de refração (r)	sen(r)	sen(i)/sen(r)
10°				
20°				
30°				
40°				
50°				

Tabela 4-4 Tabela que relaciona os valores de  $D_o$  e  $D_i$  a fim de determinar o foco da lente

6. A razão  $\text{sen}(i)/\text{sen}(r)$  é \_\_\_\_\_. (constante / variável). Comente.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7. Escrever as leis da refração.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL – Parte 2

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (Fig.4-7). Utilizar a mesma montagem do experimento anterior.

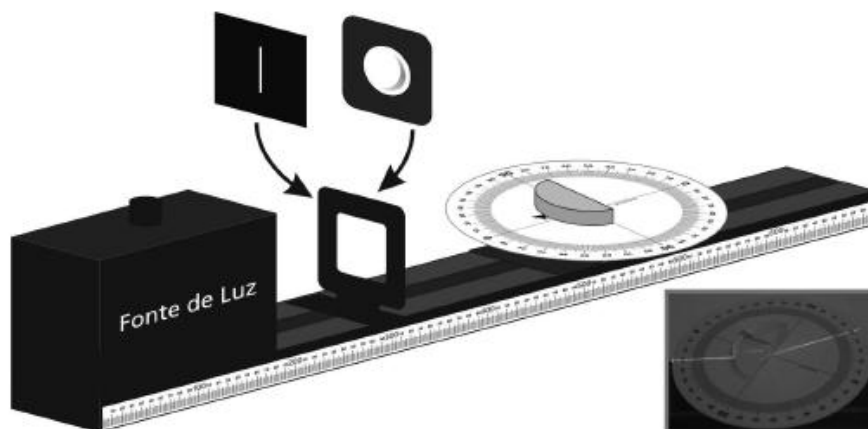


Figura 4-7 Montagem para o experimento Determinação do índice de refração de um material - p2

2. Colocar o semicírculo no disco óptico, conforme a foto, e girar o disco óptico variando o ângulo de incidência de 5° em 5°. Anotar os valores dos ângulos de refração na Tab.4-5.



Ângulo de incidência (i)	sen(i)	Ângulo de refração (r)	sen(r)	sen(i)/sen(r)
5°				
10°				
15°				
20°				
25°				
30°				
35°				
40°				
45°				

Tabela 4-5 Tabela que relaciona os valores medidos de  $D_0$  e  $D_1$  a fim de determinar o foco da lente

3. Por que não foi possível completar a tabela para o ângulo de 45°?  
Comente.

.....  
.....  
.....

4. Que fenômeno ocorreu no ângulo de incidência em torno de 45°?

.....  
.....  
.....

5. Observar novamente o experimento e definir ângulo limite.

.....  
.....  
.....

6. Qual o valor do ângulo limite para o acrílico? \_\_\_\_\_

7. Quais são as condições necessárias para que ocorra reflexão total?

.....  
.....  
.....

---

## Refração da Luz: Lente Convergente

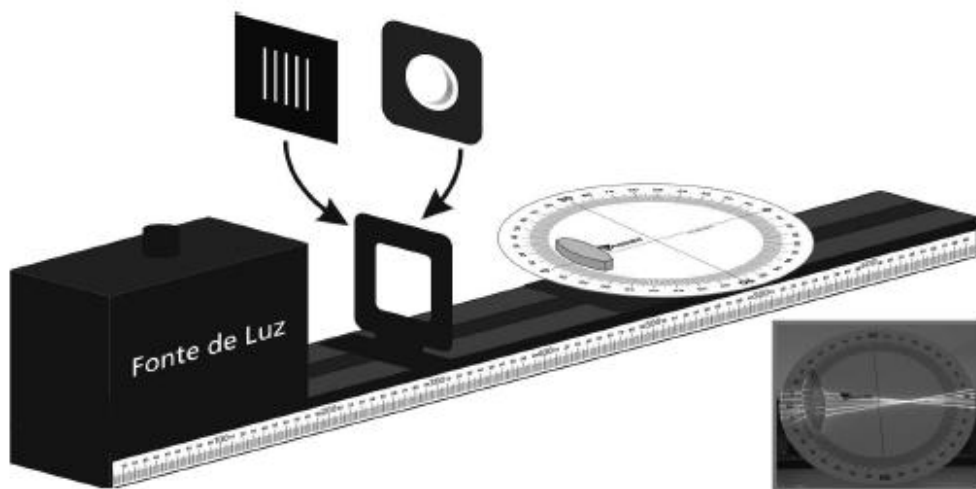
---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; **diafragma com cinco fendas**; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°; **Perfil em acrílico biconvexo**;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-8**).



**Figura 4-8 Montagem para o experimento de lente convergente**

2. Utilizar a mesma montagem do experimento anterior;
3. Substituir o diafragma de uma fenda pelo diafragma de 5 fendas e ligar a fonte de luz. Posicionar a lente convergente para correção do feixe, isto é, para que fiquem paralelos entre si;
4. Colocar no disco ótico o perfil de acrílico biconvexo;
5. Faça o esboço de uma lente convergente, e identifique os elementos principais da lente convergente;
6. Ajustar o feixe luminoso paralelamente ao eixo principal da lente convergente;
7. Como se chama o ponto de cruzamento do feixe luminoso convergente com o eixo principal da lente convergente?  
.....  
.....
8. Coloque um papel em branco entre o disco giratório e a lente biconvexa. Ajuste novamente o feixe luminoso como no procedimento 4. Desenhe no papel a lente e trajetória dos feixes luminosos a fim de determinar o foco da lente. Resultado:  $f =$  ..... cm.

9. Na lente convergente o foco é real ou virtual? Comente.

• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_

10. Enunciar as propriedades do feixe luminoso na lente convergente.

• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_

---

## Refração da Luz: Lente Divergente

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; **diafragma com cinco fendas**; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°; **Perfil em acrílico bicôncavo**;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-9**).

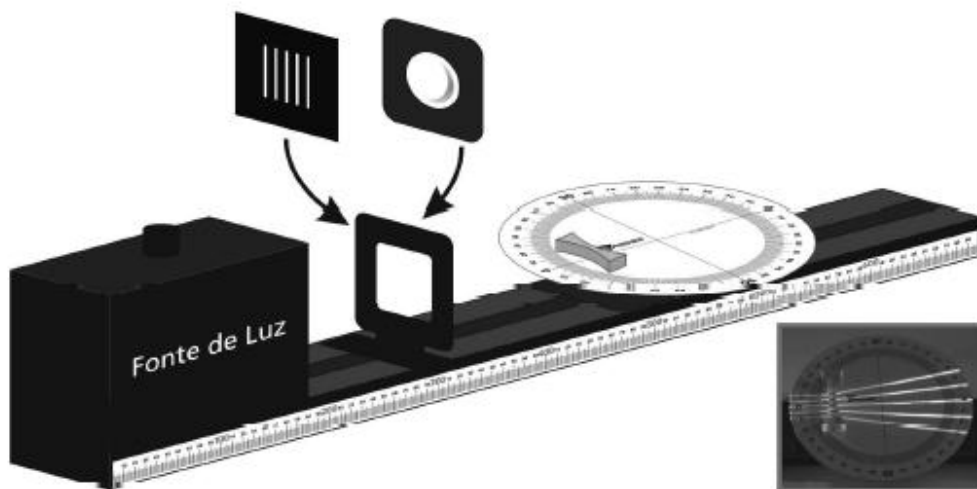


Figura 4-9 Montagem para o experimento de lente divergente

2. Utilizar a mesma montagem do experimento anterior e colocar no disco ótico o perfil de acrílico bicôncavo;
3. Faça o esboço de uma lente divergente, e identifique os seus elementos principais;
4. Ajustar o feixe luminoso paralelamente ao eixo principal da lente divergente;
5. Como se chama o ponto de cruzamento do feixe luminoso emergente com o eixo principal da lente divergente?  
.....  
.....
6. Coloque um papel em branco entre o disco giratório e a lente bicôncava. Ajuste novamente o feixe luminoso como no procedimento 4. Desenhe no papel a lente e a trajetória dos feixes luminosos (incluindo a projeção dos raios refratados na direção contrária) a fim de determinar o foco da lente. Resultado:  $f = \text{.....cm}$ .

7. Na lente divergente o foco é real ou virtual? Comente.

.....  
.....

11. Enunciar as propriedades do feixe luminoso na lente divergente.

.....  
.....

---

## Distância Focal de uma Lente Convergente

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; **lente de vidro convergente biconvexa com Ø50mm, DF 50mm**, em moldura plástica com fixação magnética; **lente de vidro plano côncava Ø50mm, DF 100mm**, em moldura plástica com fixação magnética, **4 cavaleiros metálicos**; **Letra F** vazada em moldura plástica com fixação magnética; trena de 2m; anteparo para projeção com fixador magnético;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-10**).

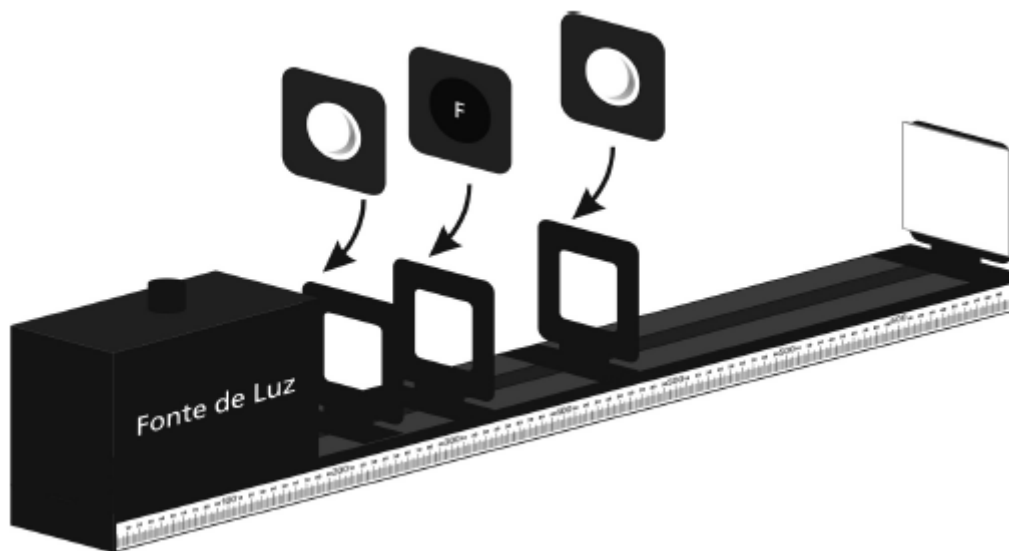


Figura 4-10 Montagem para o experimento Distância focal de uma lente convergente

2. Colocar na frente da fonte luminosa e a 4cm uma lente convergente de distância focal 5cm. Essa lente é utilizada para iluminar o objeto (letra F);
3. Ligar a fonte de luz;
4. Colocar a letra F na frente da lente e ajustar a posição do objeto para que fique bem iluminado;
5. Utilizar uma lente convergente de distância focal 10cm para projetar o objeto no anteparo;
6. Colocar a lente  $f = 10\text{cm}$  e à 16cm ( $D_0 = 16\text{cm}$ ) do objeto letra F;
7. Ajustar a posição do anteparo para que a imagem projetada fique bem nítida (movimentar o anteparo para frente e para trás);
8. Medir a distância entre a imagem e a lente.  $D_i = \underline{\hspace{2cm}}$  cm;
9. Utilizar a equação de Gauss para calcular a distância focal da lente;

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_0} + \frac{1}{D_i}$$

10. Medir o comprimento do objeto.  $O =$  \_\_\_\_\_ cm;  
 11. Medir o comprimento da imagem.  $I =$  \_\_\_\_\_ cm;  
 12. Colocar os resultados na **Tab.4-6** mostrada abaixo e completa-la com os outros valores de  $D_o$ .

N	$D_o$ (cm)	$D_i$ (cm)	f (cm)	I (cm)	O (cm)	$D_i/D_o$	$I/O$
1	16						
2	18						
3	20						
4	22						
5	24						
6	26						

**Tabela 4-6** Tabela que relaciona os valores medidos de  $D_o$  e  $D_i$  a fim de determinar o foco da lente

13. Calcular o valor médio da distância focal.  $f =$  \_\_\_\_\_ cm.  
 14.  $D_i/D_o$  é igual a  $I/O$ ? O que isso representa?  
 . \_\_\_\_\_  
 . \_\_\_\_\_  
 . \_\_\_\_\_  
 15. A imagem projetada no anteparo é real ou virtual? \_\_\_\_\_  
 16. A imagem projetada no anteparo é direta ou invertida? \_\_\_\_\_  
 17. Utilizando as propriedades do raio luminoso, fazer um desenho mostrando a lente, o objeto e a formação da imagem no anteparo para o  $D_o = 24$ cm e informar as características da imagem.  
**Nota:** Lembre que é possível fazer esse diagrama para o objeto situado em diferentes posições ( $D_o$ ) em relação ao foco da lente. O aluno deve ser capaz de fazer todos esses diagramas, tanto para lentes convergentes quanto para lentes divergentes.

---

## Dióptro Plano

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; diafragma com uma fenda; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; cavaleiro metálico; suporte para disco giratório; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°; **perfil em acrílico retangular (dióptro plano)**;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-11**).

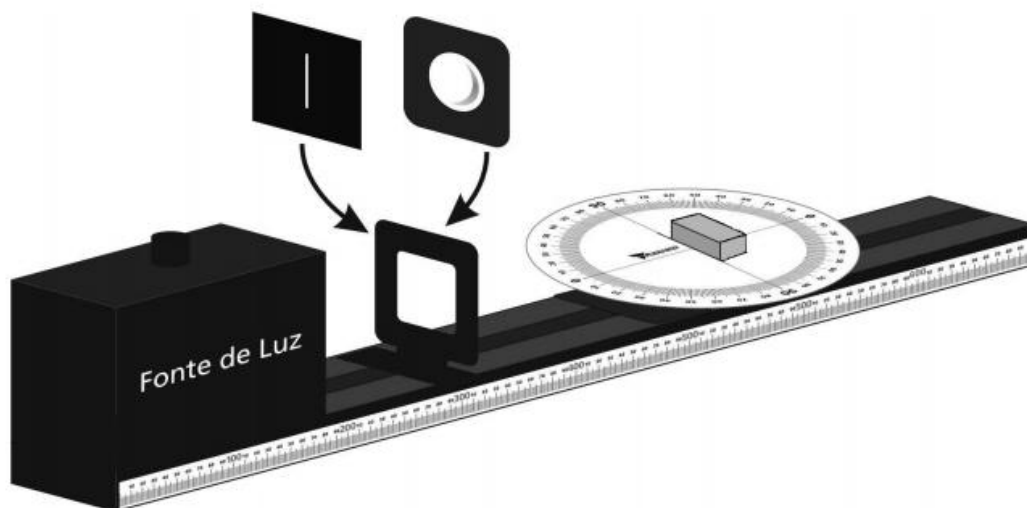


Figura 4-11 Montagem para o experimento de Dióptro plano

2. Colocar em um lado do cavaleiro metálico o diafragma com uma fenda e do outro lado uma lente convergente de distância focal 12cm. Ajustar a posição do conjunto para que o filamento da lâmpada fique no foco da lente;
3. Ligar a fonte de luz e ajustar o raio luminoso bem no centro do transferidor;
4. Colocar o dióptro plano no disco ótico, conforme foto e ajustá-lo no disco de tal modo que o ângulo de incidência seja igual a 0°, e o ângulo de refração (ângulo de saída do dióptro) também 0°;
5. Colocar entre o dióptro e o disco ótico uma folha de papel em branco, tentando manter o dióptro o mais alinhado possível, como no procedimento anterior;
6. Girar o disco a fim de obter um ângulo de incidência de 30°;
7. Desenhe no papel o contorno do dióptro e as trajetórias dos feixes incidente e refratado;
8. Retire o papel e complete o desenho com a trajetória do feixe no interior do dióptro;



9. Meça, usando um transferidor, os ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$ . Com uma régua, meça a espessura  $t$  do dióptro e o desvio lateral  $x$ ;
10. Calcule o desvio lateral  $x$  a partir da equação deduzida em sala de aula e compare com o valor medido no procedimento anterior;

$$x = \frac{t \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

Equação 4-2

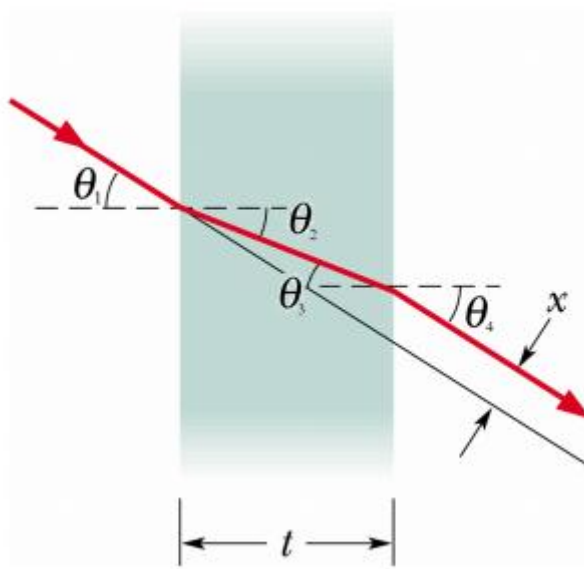


Figura 4-12 Ilustração para um feixe luminoso atravessando um dióptro plano

11. Calcule o índice de refração do dióptro.  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 4.3. Guia do Experimento

## Interferência, Difração e Polarização da Luz

### Determinação do Comprimento de Onda da Luz

#### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; **lente de vidro convergente biconvexa com Ø50mm, DF 50mm**, em moldura plástica com fixação magnética; **lente de vidro biconvexa Ø50mm, DF 100mm**, em moldura plástica com fixação magnética; **diafragma de uma fenda, 5 cavaleiros metálicos, rede de difração 1000 fendas/mm em moldura plástica com fixação magnética**; trena de 2m; anteparo para projeção com fixador magnético e régua milimetrada – 150mm O + 150mm.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-13**).
2. Colocar na frente da fonte luminosa e à 4cm, uma lente convergente de distância focal  $f=5\text{cm}$ . Essa lente é utilizada para iluminar a fenda;
3. Colocar na frente da lente o diafragma com uma fenda;

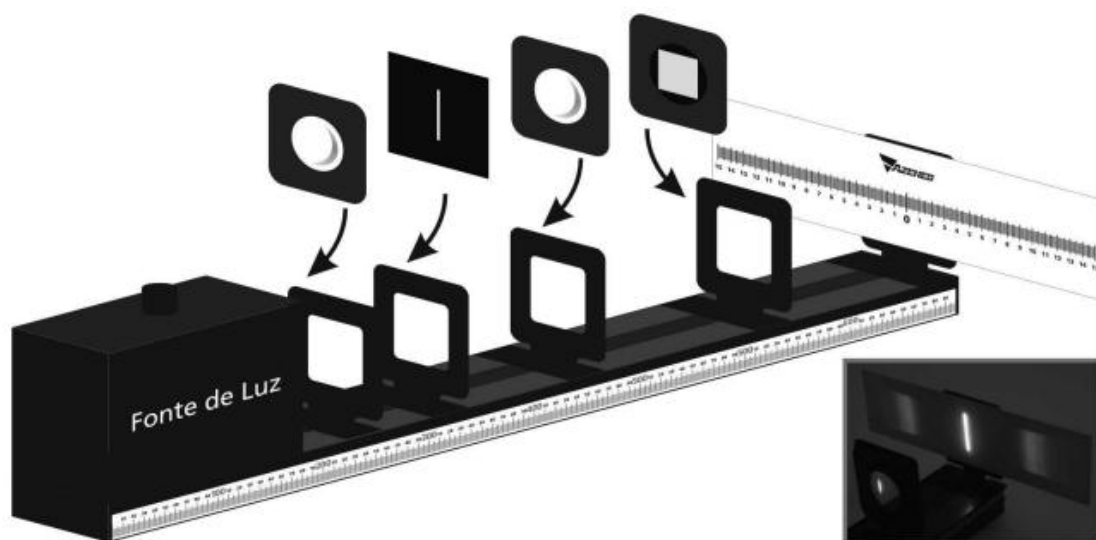


Figura 4-13 Montagem para o experimento Determinação do comprimento de onda da luz

4. Utilizar uma lente convergente de distância focal  $f = 10\text{cm}$  para projetar a fenda no anteparo;
5. Ajustar a posição da lente para que a fenda projetada fique bem nítida;
6. Colocar a rede de difração na frente da lente e ajustar para que o espectro fique bem nítido;
7. Ajustar a posição da rede de difração para que fique a 14cm ( $a = 0,140\text{m}$ ) do anteparo de projeção;
8. Medir a distância do centro de cada cor até o centro da fenda projetada, completando a tabela;

9. Medir as distâncias  $X$  e  $a$  para a radiação vermelha:  $X = \text{_____} cm$  e  $a = \text{_____} cm$ .

10. Calcular a constante da rede de difração que tem 1000 linhas por milímetro:

$D = \text{_____} nm$  (nanômetro  $10^{-9} m$ )

11. Calcular o comprimento de onda  $\lambda$  da radiação vermelha:  $\lambda = \text{_____} nm$

$$\lambda = \frac{DX}{(a^2 + X^2)^{1/2}}$$

Equação 4-3

12. Anotar os valores acima na **Tab.4-7** e calcular o comprimento de onda para as outras cores:

Cor	$a$ (m)	$X$ (m)	$\lambda$ ( $10^{-9}$ m)
Vermelho			
Laranja			
Amarelo			
Verde			
Azul			
Violeta			

Tabela 4-7 Tabela de dados para o experimento de determinação do comprimento de onda da luz

13. Qual a radiação que tem maior comprimento de onda? \_\_\_\_\_

14. Qual a radiação que tem maior frequência? \_\_\_\_\_

15. Qual radiação sofre interferência construtiva mais afastada da raia central? \_\_\_\_\_

16. Tabela de cores e comprimentos de onda:

Cor	$\lambda$ (nm)
Vermelho	620-760
Laranja	585-620
Amarelo	550-585
Verde	510-550
Azul	450-510
Violeta	380-450

17. Os resultados encontrados foram os esperados, comparando o item 16 com o item 12? Comente. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

---

## Polarização da Luz

---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; base metálica 8 x 70 x 3cm com duas mantas magnéticas e escala lateral de 700mm; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; 4 cavaleiros metálicos; diafragma com uma fenda; 1 anteparo para projeção com fixador magnético; 2 polaroides em moldura plástica com fixação magnética;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-14**).
2. Colocar sobre a base metálica um cavaleiro metálico com lente convergente de distância focal 12cm e ficar no cavaleiro o diafragma com uma fenda;
3. Colocar na extremidade da base metálica um anteparo para projeção e ligar a fonte de luz;
4. Colocar sobre a base metálica, um polaroide fixo no cavaleiro e a 10cm da lente;
5. Ajustar a posição da lente para que a fenda projetada fique bem nítida;
6. Observar a projeção luminosa e colocar sobre a base metálica o segundo polaroide e a 10cm do primeiro polaroide;

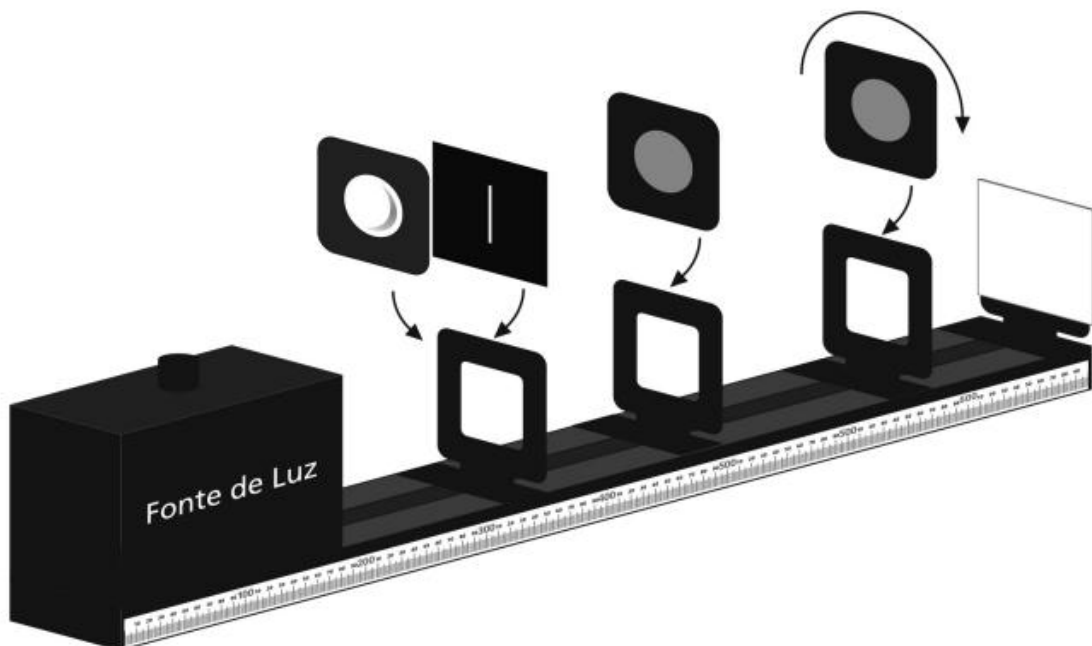


Figura 4-14 Montagem para o experimento Polarização da Luz

7. A projeção luminosa sobre o anteparo de projeção \_\_\_\_\_.  
(desapareceu / diminuiu / não se alterou);
8. Girar o segundo polaróide sobre o cavaleiro num ângulo de  $90^\circ$  em relação ao primeiro polaróide e observar a projeção;
9. Repetir os procedimentos acima e comentar sobre a polarização da luz.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

## Polarização da Luz por Reflexão

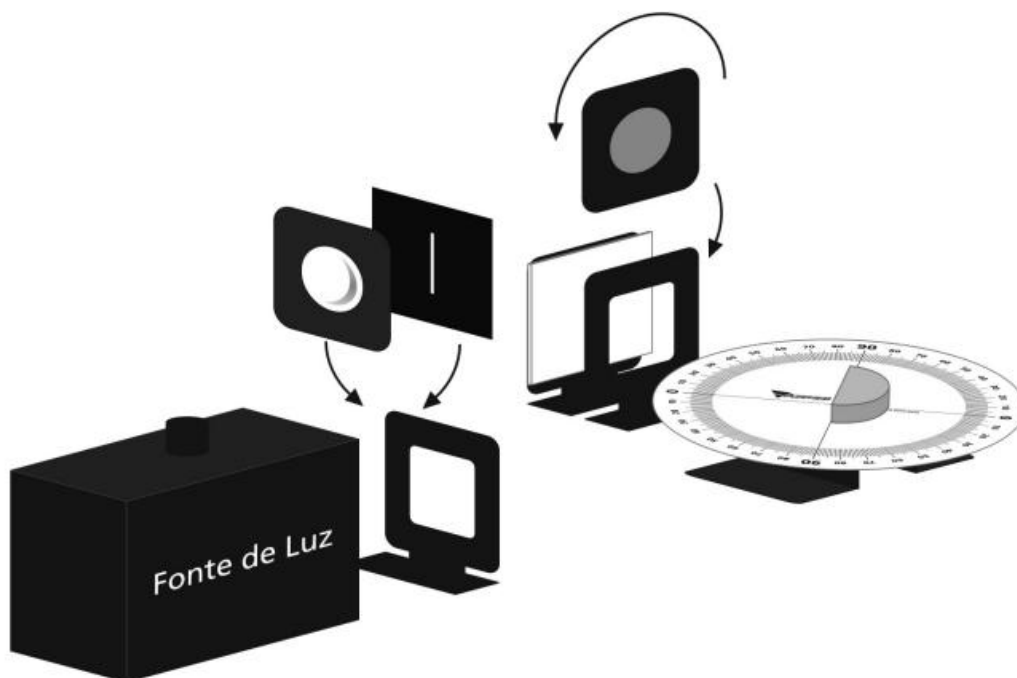
---

### MATERIAL UTILIZADO:

Fonte de luz branca 12V – 21W, chave liga-desliga, alimentação bivolt e sistema de posicionamento do filamento; **lente de vidro convergente plano-convexa com Ø60mm, DF 120mm**, em moldura plástica com fixação magnética; 3 cavaleiros metálicos; diafragma com uma fenda; disco giratório Ø23cm com escala angular e subdivisões de 1°; suporte para disco giratório; anteparo para projeção com fixador magnético; polaroide em moldura plástica com fixação magnética;

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Montar o equipamento conforme foto abaixo (**Fig.4-15**).



**Figura 4-15 Montagem para o experimento Polarização da luz por reflexão**

2. Colocar na frente da fonte de luz um cavaleiro metálico com uma lente convergente de distância focal 12cm e o diafragma com uma fenda;
3. Ligar a fonte de luz e ajustar o raio luminoso bem no centro do transferidor;
4. Colocar o semicírculo no disco ótico, conforme foto e ajustá-lo no disco ótico de tal modo que o ângulo de incidência seja igual à 0°, o ângulo de refração também 0°;
5. Fixar em outro cavaleiro metálico um polaroide e em outro cavaleiro o anteparo de projeção;
6. Girar o disco ótico 20° e observar o raio refletido, colocar na mesma direção do raio refletido o polaroide e projetar o feixe refletido no anteparo a 10cm do polaroide;
7. Girar o polaroide de 90° e observar a projeção do feixe luminoso e retornar o polaroide para a mesma posição;

8. Girar o disco ótico para  $40^\circ$  e observar o raio refletido, reposicionar, o conjunto polaroide e anteparo de projeção;
9. Girar o polaroide de  $90^\circ$  e observar a projeção do feixe luminoso, e retornar o polaroide para a mesma posição;
10. Repetir esses procedimentos para os ângulos entre  $50^\circ$  e  $60^\circ$ , encontrar um ângulo de reflexão de tal modo que girando o polaroide a projeção desaparece;
11. Medir o ângulo de incidência que tem a luz polarizada:  $\theta_B =$  \_\_\_\_\_.
12. Medir o ângulo entre o raio refletido e o raio refratado:  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.
13. Qual a direção de polarização? Comente sua resposta.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
14. Encontrar a tangente do ângulo  $\theta_B$ :  $\tan\theta_B =$  \_\_\_\_\_.
15. Comparar esse valor com o índice de refração do material (acrílico) encontrado no experimento anterior:  $n =$  \_\_\_\_\_.
16. Admitindo uma tolerância de erro 5%, podemos considerar que a tangente do ângulo de Brewster  $\theta_B$  é igual ao índice de refração do material? Comente a resposta.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

## 5| Instruções para os Relatórios 1ª Unidade

Nesta seção, explicaremos como deverão ser confeccionados os relatórios referentes à Unidade 1 do curso.

Serão cobrados três relatórios nesta Unidade. Abaixo, listamos os temas de cada relatório, conteúdo geral e questões relevantes que cada um deve conter. Lembramos que o aluno poderá incluir informações não contidas neste guia, e essa atividade adicional será recompensada no momento da avaliação do relatório.

- *Relatório 1: Reflexão da luz;*

O relatório deverá conter:

- Uma capa e estrutura conforme o **Apêndice IV**
- Introdução breve sobre o tema reflexão da luz. Esta introdução deverá conter um pouco sobre as leis da reflexão, e os objetivos esperados para os experimentos;
- Material utilizado. Não é necessário listar o material separadamente para cada experimento. Pode haver apenas 1 lista de material abrangendo os 5 experimentos de reflexão;
- Procedimentos experimentais. Esta seção deverá ser bem resumida, quando comparada com os procedimentos desta apostila. O aluno deverá descrever os procedimentos **dando ênfase aos tópicos que julgar importante para o entendimento do experimento**. Por exemplo: No experimento: As leis da Reflexão: Espelhos Planos, os procedimentos 1 a 3 podem ser substituídos por – Montamos o experimento conforme a **Fig.4-1** da apostila.

Lembre que nesta seção, cada experimento deverá conter seus próprios procedimentos experimentais.

- Resultados e discussões. Nesta parte, são apresentados os resultados para cada experimento e são discutidas as questões contidas nos procedimentos da apostila.
- Conclusões. Cada experimento contém conclusões específicas. Também poderá existir uma conclusão geral, além das conclusões específicas.
- Críticas e sugestões.
- Referências

- *Relatório 2: Refração da luz;*

Este relatório segue o padrão do relatório 1, lembrando que o tema principal agora é Refração da luz.

- *Relatório 3: Interferência, difração e polarização da luz;*

O mesmo que os relatórios 1 e 2.



Nota: As provas são baseadas nos relatórios e nas discussões em sala de aula. Portanto, é aconselhado que o aluno tire cópia do relatório antes de entregá-lo, a fim de estudar para a prova usando também os relatórios.

## Unidade 2: Eletrodinâmica



O raio é uma poderosa descarga eletrostática natural. As principais consequências destas descargas elétricas atmosféricas são o relâmpago (luz) e o trovão (som). A formação se dá a partir da grande diferença de potencial entre as cargas positivas e negativas entre nuvens e o solo, ou até mesmo entre as nuvens. Quando o campo elétrico supera a capacidade isolante do ar atmosférico, o ar torna-se condutor, permitindo assim uma forte descarga elétrica. Podendo ser

da nuvem para o solo, do solo para nuvem ou entra as nuvens. A manifestação é tão violenta que em menos de um segundo temos parâmetros que podem chegar a: 125 milhões de volts, 200 mil ampères e 25 mil graus centígrados. O Brasil é o país no qual mais se registra o acontecimento de raios em todo o mundo. Por ano, cerca de 100 milhões de raios atingem o território brasileiro. Uma explicação para essa grande quantidade de raios deve-se ao tamanho do território, condições de umidade, condutividade e a ausência de grandes elevações no seu relevo.

---

## 6| Conceitos Fundamentais

### 6.1. A Carga Elétrica

A carga elétrica é uma grandeza fundamental, tal como a massa, o comprimento e o tempo são grandezas fundamentais na mecânica.

Na Grécia antiga, já era conhecida a eletrização por atrito. Esta pode gerar um desequilíbrio na distribuição das cargas entre substâncias diferentes. Num dia seco, um pente que se esfrega no cabelo atrai pedacinhos de papel; ou imagine que uma barra de plástico seja friccionada com uma pele e, em seguida, suspensa utilizando um fio, de modo que ela fique livre para girar; fazendo o mesmo processo em outra barra e aproximando-a da primeira, percebe-se que as barras se repelem mutuamente; porém se colocarmos uma barra de plástico friccionada com pele próxima ao bastão de vidro friccionado com seda eles se atrairão mutuamente.

Em 1600, William Gilbert, médico da corte na Inglaterra, publicou seu tratado *De magnete*, onde menciona outros corpos que se eletrizam por atrito, tais como vidro, o enxofre e o lacre.

A existência de dois tipos diferentes de cargas foi descoberta por Charles Fraçois du Fay em 1733, quando mostrou que duas porções do mesmo material, por exemplo âmbar, eletrizadas por atrito com um tecido, repeliam-se, mas o vidro eletrizado atraía o âmbar eletrizado. O tipo de carga que chamou de “vítrea” foi depois chamado por Benjamin Franklin de *positiva*, e a “resinosa” recebeu o nome de *negativa*. A experiência de du Fay mostra que cargas de mesmo sinal se repelem e cargas de sinais opostos se atraem.

Pelo processo experimental de Franklin, o processo de eletrização não cria cargas, apenas as transfere de um corpo a outro. Normalmente um corpo é neutro por ter igual quantidade de carga positiva e negativa, quando ele transfere carga de um dado sinal a outro corpo, fica carregado com carga de mesmo módulo e sinais contrários.

Franklin acreditava que a carga positiva (que imaginava como um fluído) era aquela que transferia. Hoje sabemos que é ao contrário, são os elétrons que se transferem de um corpo a outro, e sua carga é negativa. Porém todos os cálculos ainda são baseados na convenção histórica.

A unidade de carga elétrica no Sistema Internacional(SI) é o coulomb(C), e a menor quantidade de carga elétrica conhecida é a possuída pelo elétron. A carga elétrica de elétron é igual a:  $-1,6 \times 10^{-19}$  coulomb. O sinal negativo foi escolhido arbitrariamente.

### 6.2. A Corrente Elétrica

A carga elétrica em movimento constitui uma corrente elétrica. Quantitativamente falando, a carga líquida (positiva ou negativa) que cruza uma superfície por unidade de tempo é denominada de corrente elétrica que flui através dessa superfície, na **Fig.6-1**; assim, tem-se:

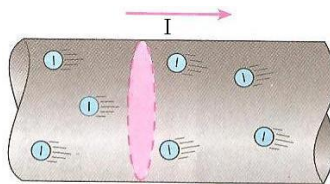


Figura 6-1

$$I = \Delta q / \Delta t$$

Equação 6-1 Corrente

No SI, a dimensão de corrente elétrica é coulomb por segundo, que é definido como ampère; assim, temos:

$$[I] = [\text{coulomb}]/[\text{segundo}] = [C]/[s] = \text{ampère } [A].$$

Aqui,  $I$  é denominado corrente elétrica e  $\Delta q$  é a quantidade de carga líquida que atravessa uma dada superfície no intervalo de tempo  $\Delta t$ .

A corrente instantânea através da superfície é o limite de  $\Delta q$  para  $\Delta t \rightarrow 0$ ; assim temos:

$$i(t) = dq/dt \text{ (ampère)}$$

Equação 6-2 Corrente Instantânea

A definição da corrente elétrica exige a fixação de um sentido de referência positivo. É adotado convencionalmente como positivo o sentido de movimento das cargas elétricas positivas.

As correntes elétricas são, em geral, funções do tempo, e podem ser classificadas de acordo com o tipo de função. Assim, temos:

- *Correntes contínuas*: que não variam com o tempo.
- *Correntes alternadas*: descritas por funções periódicas no tempo, com valor médio nulo num período.
- *Correntes pulsantes*: também periódicas. Mas com valor médio não nulo no período.

No SI, a unidade de corrente elétrica é o Coulomb (C) e a de tempo é o segundo (s). Portanto, a unidade de corrente elétrica é C/s, também denominada Ampère (A), em homenagem a este cientista que estudou os efeitos da corrente elétrica.

### 6.2.1. Corrente Contínua

A corrente contínua caracteriza-se pelo fato de fluir sempre num único sentido, em função da tensão aplicada ao condutor ter sempre a mesma polaridade. Se esta tensão for constante a corrente gerada também será, como mostra o gráfico da **Fig.6-2**.

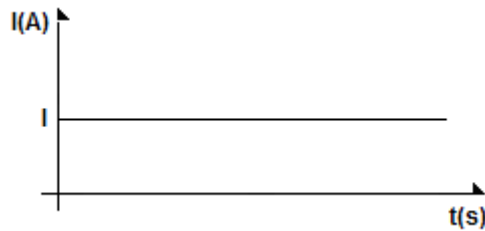


Figura 6-2 Comportamento da corrente contínua

**Exemplo:** Corrente fornecida por uma bateria de automóvel, cuja intensidade depende de quantos e quais circuitos a bateria está alimentando.

### 6.2.2. Corrente Alternada

A corrente alternada caracteriza-se por fluir ora em um sentido e ora em sentido inverso, em função da tensão aplicada ao condutor inverter sua polaridade periodicamente.

A corrente alternada mais importante é a senoidal, como mostra o gráfico da figura abaixo.

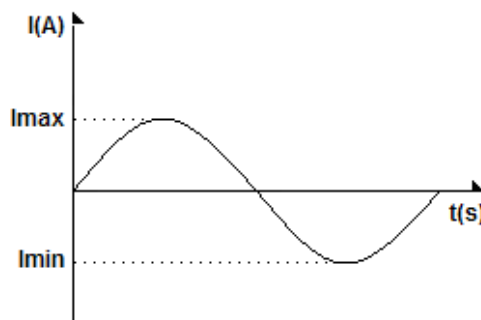


Figura 6-3 Comportamento da corrente alternada

**Exemplo:** a corrente fornecida pela rede elétrica é alternada, com forma senoidal e tem uma frequência de 60 ciclos por segundo (60 Hertz). Isto significa que um condutor ligado nos pólos da rede faz com que a corrente elétrica circule alternadamente 60 vezes em cada sentido e a cada segundo.

## 6.3. Campo Elétrico

Um conjunto de cargas puntiformes  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  colocadas arbitrariamente no espaço produz um campo elétrico  $E$  em todo o espaço. Ao se colocar uma pequena carga de prova positiva  $q_0$  em algum ponto nas proximidades das três outras cargas haverá uma força exercida sobre  $q_0$ . O campo elétrico  $E$  em um ponto será igual a essa força dividida por  $q_0$ .

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} / q_0$$

Equação 6-3 Campo Elétrico

A unidade SI do campo elétrico é o newton por coulomb (N/C).

## 6.4. Diferença de Potencial (d.d.p.)

Suponhamos que uma carga, sujeita a uma força eletrostática, se desloca de um ponto A a um ponto B, **Fig.6-4**.

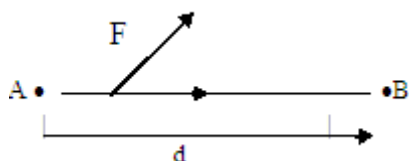


Figura 6-4 Carga Sujeita a uma Força Eletrostática

O trabalho realizado pela força F será:

$$W = F.d.\cos(\theta)$$

Equação 6-4 Trabalho

Sendo

$$F = q.E$$

Equação 6-5 Força Eletrostática

Resulta:

$$W = q.E.d.\cos(\theta)$$

Equação 6-6 Trabalho da Força Eletrostática

O trabalho por unidade de carga é dado por:

$$W/q = E.d.\cos(\theta)$$

Equação 6-7 Trabalho por unidade de carga

O resultado obtido na **Eq.6-7** corresponde ao trabalho por unidade de carga, realizado para levar uma carga unitária do ponto A ao ponto B. A este termo dá-se o nome de diferença de potencial (ddp), medida no SI em joule/coulomb – denominado de Volt, que é a unidade de diferença de potencial símbolo (V);

$$V_{AB} = E.d.\cos(\theta) \quad (V)$$

Equação 6-8 ddp

Ou  $V = Ed$ , quando o deslocamento ocorre na direção do Campo Elétrico, onde E representa o Campo Elétrico e d distância entre os pontos A e B.

## 6.5. Resistência Elétrica

A resistência é uma medida da oposição que a matéria oferece à passagem de corrente elétrica. Os materiais são designados por condutores, semicondutores ou isoladores conforme a oposição que oferecem seja reduzida, média e elevada.

Um cientista chamado George Simon Ohm, através de diversas experiências, conseguiu relacionar entre si as seguintes grandezas em um mesmo material: **tensão – corrente – resistência – dimensões**.

### Primeira Lei de Ohm

A primeira Lei de Ohm mostra de que forma a resistência, a tensão e a corrente são relacionadas entre si.

*A corrente elétrica  $I$  que passa por um material é diretamente proporcional à tensão  $V$  nele aplicada, e esta constante de proporcionalidade chama-se resistência elétrica  $R$ .*

$$V = RI$$

Equação 6-9 Primeira Lei de Ohm

Da primeira Lei de Ohm, tem-se que:

$$R = \frac{V}{I}$$

Equação 6-10 Resistência segundo a Lei de Ohm

Portanto, a unidade de medida da resistência elétrica é o Volt/Ampére ou simplesmente Ohm ( $\Omega$ ), em homenagem a este cientista.

Graficamente, a Primeira Lei de Ohm fica assim representada:

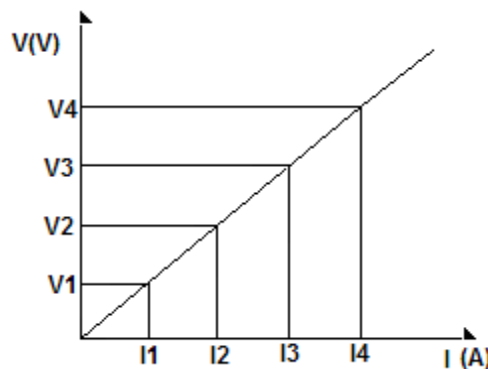


Figura 6-5 Curva característica de um elemento ôhmico

Pelo gráfico, **Fig.6-5**, pode-se observar que se trata de uma relação linear entre tensão e corrente, uma vez que a resistência elétrica é uma constante.

Desta propriedade, surgiu um novo dispositivo muitíssimo importante para a eletricidade e a eletrônica: a resistência elétrica ou resistor.

Aplicada uma diferença de potencial nos extremos de um condutor, uma corrente elétrica se estabelece no mesmo. A intensidade desta corrente depende da d.d.p. aplicada e da característica própria da substância da qual o condutor é feito, ou seja, dois diferentes condutores, sob a mesma d.d.p., permitem a passagem de diferentes intensidades de corrente, isto é, diferentes condutores possuem diferentes resistências elétricas. Os condutores que possuem resistência elétrica são chamados resistores e são simbolizados da seguinte maneira:

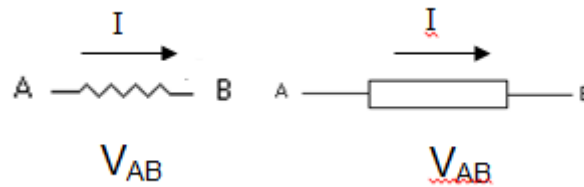


Figura 6-6 Simbologia para resistores

Resumindo, a Primeira Lei de Ohm pode ser escrita matematicamente de três formas:

$$V = RI \quad \text{ou} \quad I = \frac{V}{R} \quad \text{ou} \quad R = \frac{V}{I}$$

Equação 6-11 A Primeira Lei de Ohm escrita em três formas

### Segunda Lei de Ohm

A segunda Lei de Ohm mostra como a resistência elétrica está relacionada com suas dimensões e com a natureza do material de que é feita.

*Experiência:* Usando materiais de mesma natureza, George Ohm analisou a relação entre a resistência **R**, o comprimento **L** e a área da seção transversal **A**, e chegou às seguintes conclusões:

- Quanto maior é o comprimento de um material, maior é a sua resistência elétrica.
- Quanto maior a área da seção transversal de um material, menor é a sua resistência elétrica.

Em seguida ele analisou a relação entre materiais de naturezas diferentes, mas com as mesmas dimensões, chegando às seguintes conclusões:

Cada tipo de material tem uma característica própria que determina sua resistência independente de sua geometria.

Esta característica dos materiais é a resistividade elétrica, representada pela letra grega  $\rho$  (rô), cuja unidade é medida em  $\Omega.m$ .

*A resistência elétrica **R** de uma porção de material é diretamente proporcional ao produto de sua resistividade elétrica  $\rho$  pelo seu comprimento **L** e inversamente proporcional à área **A** de sua seção transversal.*

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

Equação 6-12 Segunda Lei de Ohm

A resistência é um dos elementos mais utilizados nos circuitos. Existem resistências fixas, variáveis e ajustáveis, resistências integradas e resistências discretas, resistências cuja função é a conversão de grandezas não elétricas em grandezas elétricas, etc. Relativamente a estas últimas, existem resistências sensíveis à temperatura, como sejam as termo-resistências e os termístores, resistências sensíveis ao fluxo luminoso, designadas por foto-resistências, magneto-resistências, piezo-resistências, químico-resistências, etc.



Vamos introduzir os conceitos necessários para o estudo da eletrodinâmica para dar continuidade ao nosso curso com êxito.

A Lei de Ohm estabelece a relação existente entre a corrente e a tensão elétrica aos terminais de uma resistência. O parâmetro  $R$ , designado resistência elétrica, é expresso em ohm (note-se que na língua inglesa se distinguem parâmetro resistance do elemento resistor). A resistência elétrica dos materiais pode ser comparada ao atrito existente nos sistemas mecânicos. Por exemplo, e ao contrário do vácuo, a aplicação de um campo elétrico constante (força constante) sobre uma carga elétrica conduz a uma velocidade constante nos materiais, situação à qual corresponde uma troca de energia potencial elétrica por calor. Esta conversão é designada por efeito de Joule, cuja expressão da potência dissipada é:

$$p = Ri^2$$

Equação 6-13 Potência

## 6.6. Potência Elétrica

Sempre que uma força produz movimento, diz-se que ela realizou trabalho, ou que ela transformou sua energia acumulada em energia cinética (relacionada ao movimento). Portanto pode-se dizer que trabalho realizado é igual a energia transformada ou ainda, que energia é a capacidade de realizar um trabalho.

Como já foi visto, uma ddp aplicada entre dois pontos num condutor, cria um campo elétrico que faz com que os elétrons livres se movimentem ordenadamente na forma de corrente elétrica.

Como ddp é força-eletromotriz (f.e.m. – força que move elétrons), é claro que ele também realiza trabalho, ou seja, transforma a energia potencial elétrica em energia cinética.

Também sabemos que, quando um condutor é submetido à passagem de corrente elétrica, ele se aquece. Isto significa que a energia cinética dos elétrons, devido aos choques com os átomos do condutor, transforma-se em energia térmica ou calor.

Como o calor gerado pelo condutor ou pela resistência nem sempre é aproveitado, é muito comum dizer que eles gastam a energia recebida, ou simplesmente, a dissipam.

Portanto, em eletricidade, a transformação de energia está relacionada tanto com a tensão, que produz o movimento dos elétrons, como também com a corrente que gera o calor.

Potência elétrica é, portanto, trabalho  $\tau$  realizado num intervalo de tempo  $\Delta t$  ou a energia elétrica  $E$  consumida num intervalo de tempo.

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{E}{\Delta t} = \frac{Vq}{\Delta t} = VI$$

Equação 6-14 Potência pelo Trabalho

A unidade de trabalho e energia no SI é o Joule (J). Logo, a unidade de potência elétrica é Joule/segundo, também denominada Watt (W), em homenagem ao cientista James Watt.

A potência elétrica está diretamente relacionada com a tensão e a corrente: a potência elétrica fornecida por uma fonte de alimentação a um circuito qualquer, é dada pelo produto da sua tensão pela corrente gerada. Pela definição de diferença de potencial, temos:

$$P = V \cdot I$$

**Equação 6-15 Potência pela Tensão e Corrente**

## **6.7. Efeito Joule**

Alguns materiais oferecem resistência à passagem de corrente elétrica. Esta resistência é consequência do choque dos elétrons livres com os átomos da estrutura do material.

No choque com os átomos, os elétrons transferem parte de sua energia cinética (relacionada ao movimento) para eles que, por sua vez, passam a vibrar com maior intensidade, fazendo com que haja um aumento de temperatura no material.

O efeito Joule é o nome dado ao fenômeno de aquecimento de um material devido passagem de uma corrente elétrica.

Para transportar a corrente elétrica de um lugar para outro, deve-se utilizar condutores que ofereçam o mínimo de resistência para que não haja perda de energia por efeito Joule. Por isso os fios condutores são feitos principalmente de cobre ou alumínio.

Mas existem situações nas quais a resistência à passagem de corrente elétrica é uma necessidade, tanto pelo aquecimento que gera (chuveiros, ferros de passar roupa, aquecedores, etc.) como pela capacidade de limitar a corrente elétrica em dispositivos elétricos e eletrônicos.

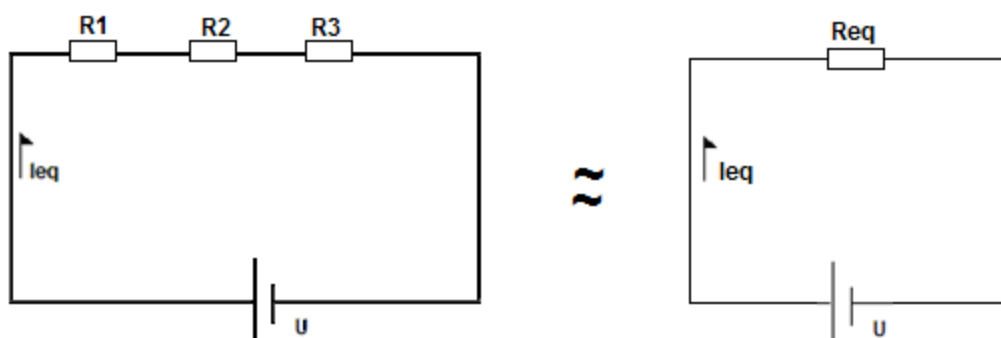
## **6.8. Associação de Resistores**

O valor da resistência de um resistor é padronizado. Portanto nem sempre é possível obter certos valores de resistência. Associando convenientemente resistores entre si, podemos obter os valores que se deseja.

Chama-se de resistor equivalente o resistor que pode substituir uma associação de resistores, sem que o resto do circuito note diferença. Uma outra aplicação para a associação de resistores é uma divisão de tensão, ou a divisão de uma corrente.

### **6.8.1. Associação Série**

Resistores estão em série quando a corrente que passa por um for a mesma que passa pelos outros. As figuras abaixo mostram uma associação série e a resistência equivalente.



Equação 6-16 Associação de resistores em série

### Propriedades da associação série

1) A tensão entre os terminais da associação é a soma das tensões em cada resistor.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Equação 6-17 Tensão do terminal

Essa propriedade é um dos destaques da associação em série. Cada resistor está submetido a uma parcela da tensão total, e a tensão total é a soma das tensões. Por isso a associação em série é usada para dividir a tensão em dois ou mais resistores. Caso os resistores sejam idênticos, são também idênticas as tensões a que estão submetidos.

2) A maior resistência corresponde à maior potencia dissipada. Como a intensidade da corrente elétrica ( $I$ ) é a mesma em todos os resistores de uma associação em série, a potência dissipadas por cada um deles é diretamente proporcional à sua resistência, pois  $P = R \cdot I^2$ .

3) As tensões individuais são proporcionais às resistências. Sendo  $V = R \cdot I$  e como a corrente elétrica é a mesma para todos os resistores, podemos escrever:

$$I = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_3}{R_3}$$

Equação 6-18 A Corrente é igual em todos os resistores

Portanto temos (dado o mesmo circuito):

$$V_{eq} = R_{eq} \cdot I$$

$$V_1 = R_1 \cdot I$$

$$V_2 = R_2 \cdot I$$

$$V_3 = R_3 \cdot I$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$R_{eq} \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I$$

$$R_{eq} \cdot I = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{eq} = \text{Resistor Equivalente}$$

Em uma associação série, podemos substituir a associação por um único resistor, cujo valor deve ser igual ao da soma das resistências dos resistores da associação. Esse resistor equivalente consumirá a mesma corrente da associação quando a tensão aplicada for a mesma.

A potência dissipada no resistor equivalente é igual à soma das potências dissipadas nos resistores da associação e a resistência equivalente pode ser obtida através da soma das resistências individuais.

$$P_{eq} = P_1 + P_2 + P_3$$

**Equação 6-19 Potência Equivalente**

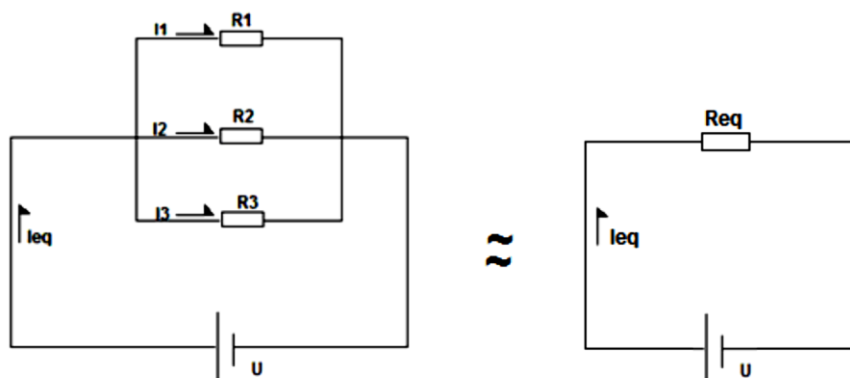
Onde:  $P_1 = R_1 \cdot I^2$ ;  $P_2 = R_2 \cdot I^2$ ;  $P_3 = R_3 \cdot I^2$

$$P_{eq} = R_{eq} \cdot I^2$$

**Equação 6-20 Potência Equivalente**

### 6.8.2. Associação Paralela

Em uma associação paralela, a tensão em todos os resistores é a mesma, a corrente é que se divide. Na figura abaixo, temos uma associação paralela de três resistores, e o resistor equivalente de associação.



**Figura 6-7 Associação de resistores em paralelo**

#### *Propriedade da associação de resistores em paralelo*

- 1) A ddp (diferença de potencial)  $V_{eq}$  é a mesma em todos os resistores.

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq}$$

**Equação 6-21 Tensão Equivalente**

- 2) A corrente total é a soma das correntes em cada resistor.

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$$

**Equação 6-22 Corrente Equivalente**

3) A menor resistência corresponde a maior potência dissipada. Como a tensão (U) é a mesma para todos os resistores e  $P = V^2/R$ , então a potência é inversamente proporcional à resistência elétrica.

4) A intensidade da corrente elétrica em cada resistor é inversamente proporcional à sua resistência.

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 = V_3 \\ R_1 I_1 &= R_2 I_2 = R_3 I_3 \\ \frac{I_1}{I_2} &= \frac{R_2}{R_1} \text{ e } \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} \end{aligned}$$

#### *Resistor Equivalente*

Na associação paralela, o inverso do resistor equivalente é igual a soma dos inversos dos resistores da associação.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

#### **Equação 6-23 Resistência Equivalente**

**Obs.:** Somente para dois resistores associados em paralelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

#### **Equação 6-24 Req em dois resistores**

Para  $n$  resistores de resistências iguais a  $R$ :

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

#### **Equação 6-25 Req para resistores iguais**

Da mesma forma que na associação série a potência dissipada no resistor equivalente é igual à soma das potências dissipadas nos resistores da associação.

$$P_{eq} = P_1 + P_2 + P_3$$

#### **Equação 6-26 Potência dissipada**

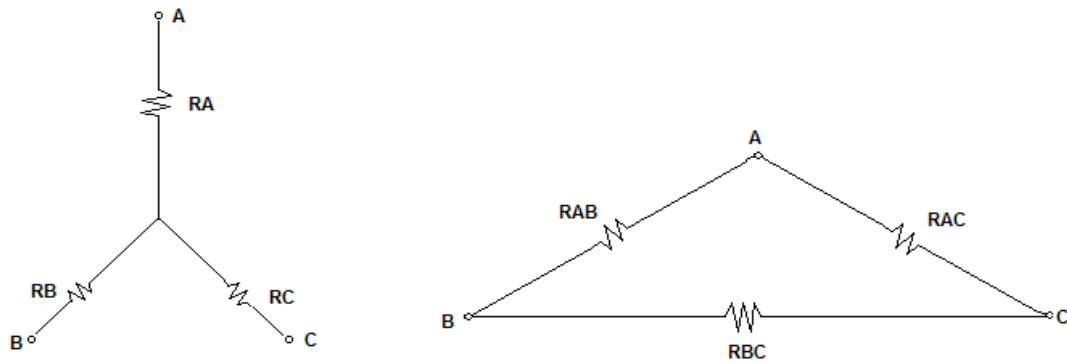
### **6.8.3. Associação Mista**

Em uma associação mista, existem resistores ligados em série e em paralelo. Não existe uma fórmula que permita o cálculo da resistência equivalente, o que existe é um método de resolução. Neste método, inicialmente resolve-se as associações série e paralelo que forem possíveis, obtendo-se um circuito menor o qual é equivalente ao original. Repete-se a operação tantas vezes quanto for necessário até se chegar a um único valor de resistência.

### **6.8.4. Associação Estrela – Delta**

Estes tipos de ligação são usados em sistemas trifásicos. No nosso caso utilizaremos este tipo de associação para resolvermos certos circuitos, para os quais os

desdobramentos em associações básicas, como série e paralelo não são possíveis. A **Fig.6-8** mostra uma ligação em estrela e em delta.



**Figura 6-8 Ligação Estrela e Delta**

Conhecendo-se  $R_A, R_B, R_C$  podemos determinar  $R_{AB}, R_{AC}, R_{BC}$  tal que se substituirmos na figura acima, nada ficará alterado para o resto do circuito.

$$R_{BC} = \frac{R_A \cdot R_C + R_C \cdot R_B + R_A \cdot R_B}{R_A}$$

**Equação 6-27  $R_{BC}$**

$$R_{AB} = \frac{R_A \cdot R_C + R_C \cdot R_B + R_A \cdot R_B}{R_C}$$

**Equação 6-28  $R_{AB}$**

$$R_{AC} = \frac{R_A \cdot R_C + R_C \cdot R_B + R_A \cdot R_B}{R_B}$$

**Equação 6-29  $R_{AC}$**

Da mesma forma, dada uma associação delta,  $R_{AB}, R_{AC}, R_{BC}$ , podemos determinar a ligação estrela que lhe é equivalente.

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_C = \frac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

### 6.8.5. Resistor em Curto-Circuito

Quando os terminais de um resistor são ligados por um fio ideal, dizemos que esse resistor está em curto-circuito. A tensão nesse resistor é nula e, portanto, ele pode ser descartado por ocasião do cálculo do resistor equivalente em um circuito qualquer.

## 6.9. Multímetro

### 6.9.1. Galvanômetro

A base de funcionamento do multímetro analógico é o instrumento indicador de bobina móvel, ou seja, o galvanômetro.

Denomina-se galvanômetro qualquer instrumento sensível à passagem de uma corrente elétrica.

Quando um fio é percorrido por certa corrente e se encontra sob a influência de um campo magnético, uma força atuará sobre o mesmo. O valor desta força é igual a

$$\vec{F} = i \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Equação 6-30 Força sob influência de um Campo Magnético

onde  $i$  é a corrente que atravessa o fio,  $\vec{\ell}$  é o comprimento do fio e  $\vec{B}$  é a indução magnética.

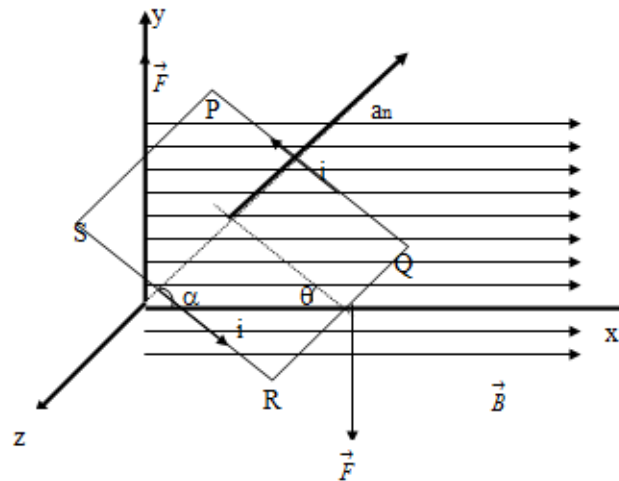


Figura 6-9 Fio percorrido por uma Corrente Elétrica

Temos que:  $F = I \ell \times B \Rightarrow F = I ( \quad )$

As forças exercidas nos elementos PQ e RS se cancelam. Assim a densidade de fluxo exerce um torque na espira, tendendo a girá-la para direita no sentido horário.

$$T = F (PQ) B (PQ) \cos\theta$$

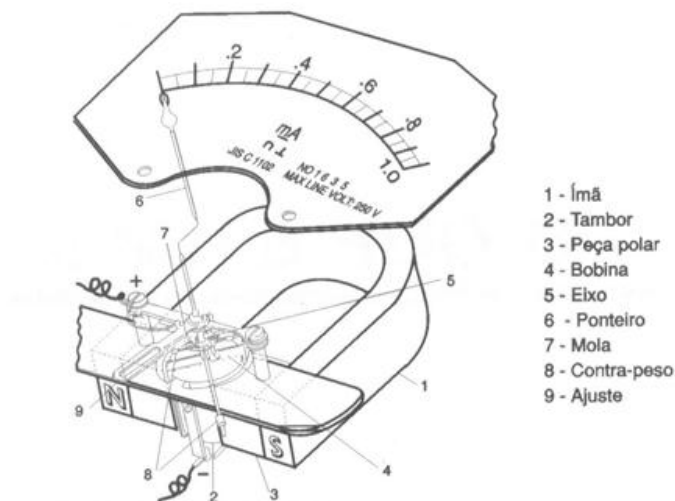
$A = (PS) (PQ)$  É a área da espira

$$T = I B A \cos\theta$$

$$T = I B A \sin\alpha \quad \text{na forma vetorial fica: } T = I A \mathbf{a}_n \times \mathbf{B}$$

Quando a espira for percorrida por uma corrente  $i$ , duas forças atuarão sobre a mesma, como se vê na **Fig.6-9**. O resultado desta ação conjunta fará a bobina girar em torno do eixo  $z$ . Como cada uma das forças é proporcional a  $i$ , o conjugado também será proporcional a  $i$ . Entretanto, qualquer que seja o valor de  $i$ , a posição final da espira será a mesma, ou seja, na vertical, pois só nesta posição o conjugado é zero. Mas a posição intermediária dependerá da corrente.

Precisamos, portanto, introduzir um novo elemento junto à bobina, que force a mesma a girar em ângulos diferentes para correntes diferentes. Este elemento é a mola helicoidal que pode ser vista na **Fig.6-10**. O ímã implementa o campo magnético **B**.



**Figura 6-10 Interior de um Galvanômetro**

Sempre que a bobina gira, provoca uma torção na mola M. A medida que o giro aumenta, aumenta também a torção. Quando o valor desta torção for suficiente para equilibrar o conjugado exercido sobre a bobina, a mesma para, havendo, portanto, para cada valor da corrente um giro diferente da bobina.

Alguns dos aspectos do galvanômetro são mostrados na **Fig6-11**:



**Figura 6-11 Aspectos do Galvanômetro**

### 6.9.2. Amperímetro

Para se utilizar um galvanômetro como amperímetro, consideremos a seguinte situação. Suponha que temos à nossa disposição um galvanômetro com calibre  $I_g$  (o calibre é a corrente que corresponde à deflexão máxima do ponteiro) e resistência  $R_g$  (devido ao fio que forma a bobina). Que podemos fazer para que este galvanômetro possa medir uma corrente maior que  $I_g$ ? Podemos desviar uma parte desta corrente. Isto é feito ligando-se uma resistência em paralelo com o galvanômetro. Este resistor poderá ser ajustado à vontade, permitindo assim que ajustemos a sensibilidade do medidor.



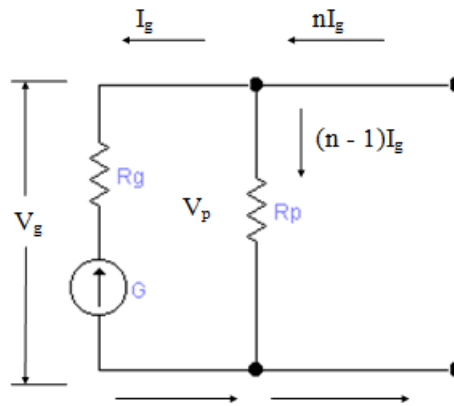


Figura 6-12 Esquema do Amperímetro

Vejamos o seguinte exemplo: Qual deve ser o valor da resistência que precisamos associar em paralelo ao galvanômetro para que possamos medir com o mesmo correntes de até  $I_{gmax}$  (onde  $I_{gmax}$  é o calibre do galvanômetro)?

Como a tensão sobre o galvanômetro ( $V_g$ ) é igual à tensão  $V_p$  sobre  $R_p$ , pois os dois estão em paralelo, podemos escrever:

$$R_g \cdot I_g = (n - 1) I_g \cdot R_p$$

Equação 6-31 Relação no Circuito

$$R_g = (n - 1) R_p \quad \therefore \quad R_p = \frac{R_g}{(n - 1)}$$

Equação 6-32 Resistência em Paralelo

Conclusão: Se ligarmos um resistor de  $\frac{R_g}{(n-1)}$  em paralelo com o galvanômetro, poderemos medir com o mesmo correntes de até  $n \cdot I_{gmax}$ . A resistência interna do instrumento (amperímetro) cairá para  $R_p || R_g = R_g/n$ .

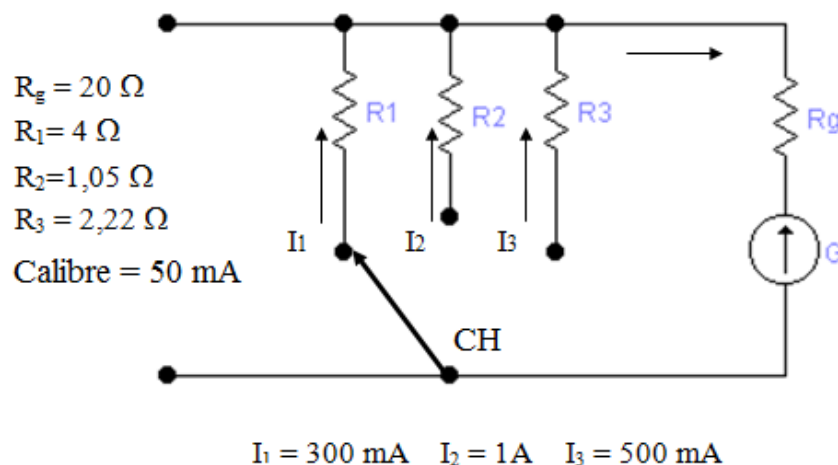


Figura 6-13 Esquema Amperímetro de três escalas

O amperímetro da figura anterior possui três calibres, que são selecionados através da chave seletora CH.

### 6.9.3. Voltímetro

Apesar do galvanômetro ser sensível à corrente, podemos utilizá-lo para medir tensões, pois sempre que aplicarmos uma tensão ao mesmo, irá circular uma corrente pela sua bobina. Como esta corrente é proporcional à tensão  $I = V/R_g$ , o deslocamento do ponteiro será também proporcional ao valor da tensão. O valor máximo da tensão que o galvanômetro pode suportar será  $(R_g \cdot I_{gmax})$ , onde  $R_g$  é a resistência do galvanômetro e  $I_{gmax}$  é o seu calibre. O que podemos fazer para medir tensões maiores que  $V_{gmax}$ ? Podemos dividir esta tensão entre o galvanômetro e um resistor. Para isto ligamos um resistor em série com o galvanômetro.

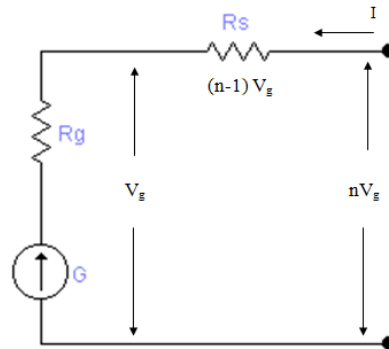


Figura 6-14 Esquema do Voltímetro

Vejamos o seguinte exemplo: Qual o valor da resistência que devemos ligar em série com um galvanômetro de resistência  $R_g$  para que possamos medir com o mesmo uma tensão  $n$  vezes maior que  $V_{gmax}$ ?

Como a corrente que passa pelo galvanômetro é a mesma que passa pelo resistor, pois os dois estão em série, podemos escrever:

$$I = \frac{V_g}{R_g} = \frac{n \cdot V_g}{R_s + R_g}$$

Equação 6-33 Corrente no esquema do Voltímetro

$$n \cdot R_g = R_s + R_g$$

$$R_s = (n - 1) \cdot R_g$$

Equação 6-34 Definição do resistor em série

Conclusão: Ao colocarmos um resistor de  $(n - 1)R_g$  em série com o galvanômetro, podemos medir tensões de até  $n$  vezes o valor da tensão suportada pelo mesmo. A resistência interna do voltímetro será então  $R_s$  em série com  $R_g$ , o que dará  $(n \cdot R_g)$ .

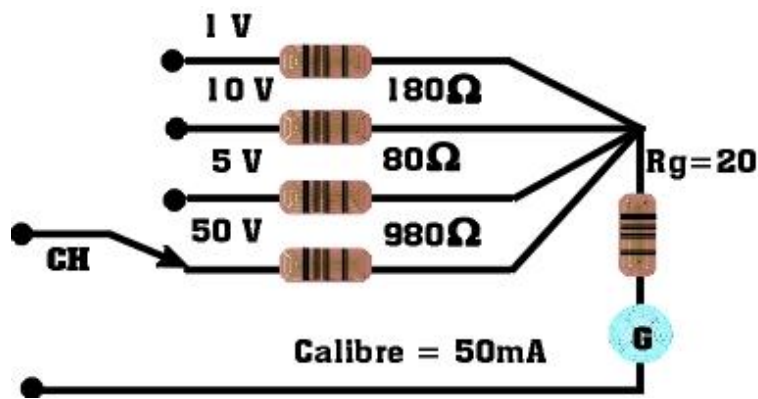


Figura 6-15 Esquema de um Voltímetro de quatro escalas (calibre)

#### 6.9.4. Ohmímetro

Podemos ainda utilizar o galvanômetro para determinar ou medir resistências, bastando para isso, que submetamos esta resistência a uma diferença de potencial conhecida e meçamos a corrente que circula pela mesma. Se a tensão sobre a resistência é mantida constante, a corrente que circula na mesma é inversamente proporcional ao valor da resistência, portanto o ponteiro do galvanômetro terá deslocamentos inversamente proporcionais à resistência, ou seja, quanto menor a resistência maior será o deslocamento do ponteiro. Este fato pode ser verificado em qualquer multímetro comercial, onde as escalas de resistência são opostas às de tensão e corrente.

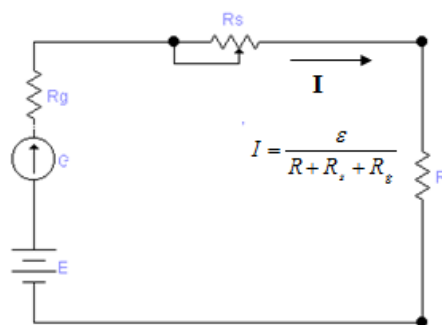


Figura 6-16 Esquema ohmímetro

#### 6.9.5. Multímetro

O MULTÍMETRO é um instrumento de medição capaz de medir uma corrente elétrica, uma diferença de potencial ou uma resistência, também chamado multiteste (Multímetro = multi-metro, ou seja, muitas medidas). Um multímetro pode, portanto, ser utilizado como amperímetro, como voltímetro ou como ohmímetro. O tipo mais comum de multímetro é o analógico fazendo uso de um indicador móvel, ou seja, seu princípio de funcionamento é o de um GALVANÔMETRO. Seu aspecto é mostrado nas Fig.6-17 e 6-18.

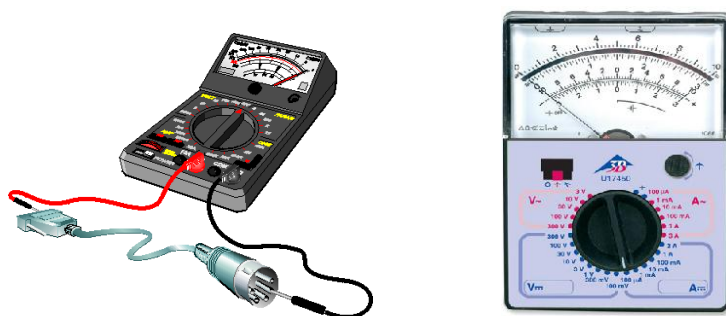


Figura 6-17 Multímetro Analógico



Figura 6-18 Multímetro Digital

Um tipo mais avançado, mas também igualmente comum e hoje bastante barato é o digital, mostrado na **Fig.6-18**. Neste multímetro, os valores das grandezas que são medidas são mostrados por meio de dígitos de 0 a 9. O número de dígitos pode variar de 3 ½ a 8 ou 9, e a seleção das escalas é feita por uma chave no painel ou botões num teclado. A diferença básica entre o multímetro digital e o analógico, está na maneira como o digital apresenta os resultados das medidas: na forma de números ou dígitos. Nas figuras 3 e 4 temos os aspectos de multímetros digital típicos com mostradores de 3 e ½ dígitos. Três e meio significa que temos três dígitos que podem assumir valores de 0 a 9 e um que pode mostrar apenas 0 ou 1, ou seja, corresponde a “meio dígito”. Assim, esse multímetro pode mostrar valores de 0 a 1999. O princípio desse mostrador é um display de cristal líquido, que quando energizado fica opaco e entra em contraste com o fundo, permitindo sua visualização.

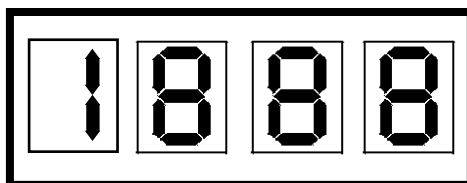


Figura 6-19 Figura de um display

O multímetro é considerado um instrumento de medição universal. Neste curso utilizaremos o multímetro apenas nas medidas das grandezas elétricas: Resistências, correntes e tensão, contínuas e alternadas, para medidas são necessárias utilizarmos alguns circuitos próprios de cada aplicação, com um “shunts”, isto é, resistência em paralelo com galvanômetro, resistência em série com o galvanômetro e baterias, capaz de, mediante o uso de uma chave seletora, funcionar como voltímetro, amperímetro ou ohmímetro. Os multímetros que utilizaremos nestas experiências são analógicos ou

digitais. Mostramos a seguir uma gama de calibres de tensão, corrente e resistência com suas classes:

<b>Grandeza</b>	<b>Indicação no Pannel do Instrumento</b>	<b>Calibres Existentes</b>	<b>Classe de Precisão</b>
<b>Corrente Contínua</b>	DC.mA (Direct. corrente, medida em mA)	0,03 3,00 6 60 12 A	3
<b>Tensão Contínua</b>		03 120 12 300 60 600	3
<b>Tensão Alternada</b>	AC.V (Alternating Current, tensão medida em V)	6 30 300 120 600	4
<b>Resistência</b>	OHMS	Rx1 Rx1K Rx100 Rx10K	3

#### **6.9.5.1. Medição de Corrente Alternada**

Para que o galvanômetro existente no multímetro possa medir correntes alternadas, é preciso antes retificar esta corrente. Esta retificação é conseguida com o uso de diodos semicondutores, que são dispositivos que só permitem a passagem da corrente em um sentido.

#### **6.9.5.2. Precisão do Instrumento**

Como qualquer medição física, a medição de corrente ou tensão está também sujeita a erros, tendo, portanto uma precisão limitada. No multímetro podemos mencionar como causas de erro:

- atrito nos pontos de suspensão da bobina;
- o campo magnético não é perfeitamente homogêneo;
- os resistores utilizados nos aparelho não são absolutamente precisos;
- a leitura a ser feita na escala do aparelho está sujeita a erros.

Ciente de todos esses fatores, o fabricante estipula, a partir de um levantamento estatístico, o limite de erro que se pode esperar em qualquer medição que se faça com o

mesmo. Este limite de erro está associado ao que chamamos a classe do aparelho. A classe de um multímetro nos informa qual é a precisão percentual do aparelho, e nos permite calcular o erro máximo possível em qualquer medição que fizermos. Por exemplo: Suponha que dispomos de um multímetro de classe 3. O erro máximo que poderemos cometer em qualquer medição no calibre de 600 V.DC será:

$$\text{Erro máximo} = \frac{(\text{CLASSE}) \times \text{CALIBRE}}{100} = \frac{3 \times 600}{100} = 18\text{V}$$

Logo, se medirmos a tensão da rede com este multímetro usando este calibre, a nossa leitura estará sujeita a um erro de  $\pm 18\text{V}$ .

É importante notarmos que este erro é constante para toda a faixa de valores dentro do mesmo calibre, ou seja, qualquer medição que se faça com o mesmo calibre estará sujeita ao mesmo erro. Se medirmos 6 mA em um calibre de 60 mA onde a classe do instrumento é 4, a nossa leitura esta sujeita a um erro máximo possível de:

$$\frac{(\text{classe}) \times (\text{calibre})}{100} = \frac{4 \times 60}{100} = \pm 2,4 \text{ mA.}$$

### 6.9.5.3. Escolha do Calibre

As escolhermos o calibre a ser utilizado para fazer uma certa medição, devemos levar em conta dois fatores:

**1. A segurança do aparelho** - A escolha de um calibre menor que o valor da grandeza que se quer medir danificará o aparelho. Nunca devemos nos esquecer deste fato, pois a incoerência neste erro só nos trará prejuízo.

**2. A precisão da leitura** - Suponha que desejamos medir a tensão de uma pilha comum (1,5V DC) e dispomos dos seguintes calibres:

3V DC

6V DC

50V DC

Classe de aparelho: 3

Em qualquer um dos calibres cometeremos erros. O erro máximo possível em cada um deles será:

$$\text{Calibre de 3V:} \quad V = \frac{3 \times 3}{100} = \pm 0,09\text{V}$$

$$\text{Calibre de 6V:} \quad V = \frac{3 \times 6}{100} = \pm 0,18\text{V}$$

$$\text{Calibre de 50V:} \quad V = \frac{50 \times 3}{100} = \pm 1,5\text{V}$$

Conclusão: Devemos escolher o calibre mais próximo acima do valor que se espera medir, pois assim poderemos fazer uma leitura mais precisa, cometer um menor erro. No exemplo acima, a leitura mais precisa será feita no calibre de 3V.

#### 6.9.5.4. Resistência Interna do Instrumento

É importante que um medidor tenha influência mínima no resultado da medição, ou seja, a perturbação que o medidor provoca no circuito deve ser a mínima possível. Para verificar isto, precisamos conhecer a resistência interna do instrumento.

Sabemos que um voltímetro ou um amperímetro são completamente caracterizados por seus calibres e resistências internas. Porém, mudando o calibre, mudamos também a resistência interna. Verifique que, aumentando o calibre  $n$  vezes, a resistência interna muda na razão de:

- $1/n$ , para um amperímetro.
- $n$ , para um voltímetro.

Portanto, conhecendo  $I_{\max}$  e o calibre escolhido  $V_{\max}$ , pode-se calcular a resistência interna do instrumento neste calibre.

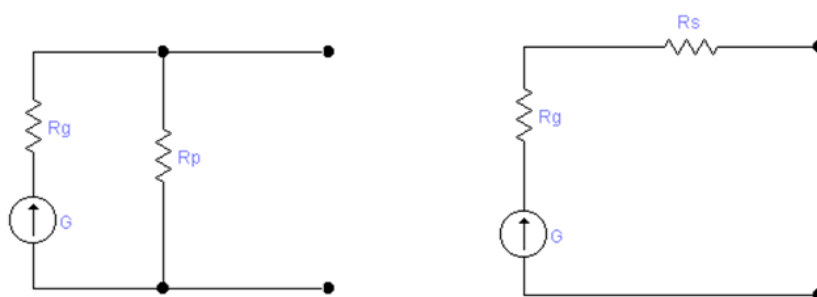


Figura 6-20 Resistência interna de um Voltímetro e de um Amperímetro

Por razões práticas, porém, não se indica no instrumento a  $I_{\max}$ , mas o seu inverso:

$$\frac{R_i}{V_{\max}} \text{ (ohm/volt)}.$$

Para achar o valor da resistência interna de um certo calibre só é preciso multiplicar este valor (ohm/volt) pelo calibre. Verifique isto! (Só se aplica ao voltímetro).

Por exemplo: Um medidor com sensibilidade de 25.000 ohm/volt terá em toda a escala de 10V uma resistência de 250.000 Ohm (250 kohm), e em toda escala de 25V uma resistência interna de 265K ohm. No caso de haver deflexão máxima, a corrente que passa pelo instrumento é de:

$$I_{\max} = \frac{1A}{25.000} = 40\mu A.$$

Um medidor que tem deflexão máxima quando passa por ele uma corrente de  $5\mu A$  pode ser denominada um voltímetro de 200K ohm/volt.

#### 6.9.5.5. Leituras de Escalas nos Multímetros Analógicos

Um dos pontos mais importantes no uso do multímetro analógico ou de qualquer instrumento eletrônico de bobina móvel ou ferro móvel é saber ler a escala.

As graduações que existem nesta escala são feitas de modo a permitir leitura rápida e precisa, mas também é necessário certa técnica e conhecimento.

O primeiro fato importante para uma boa leitura é o posicionamento do usuário.

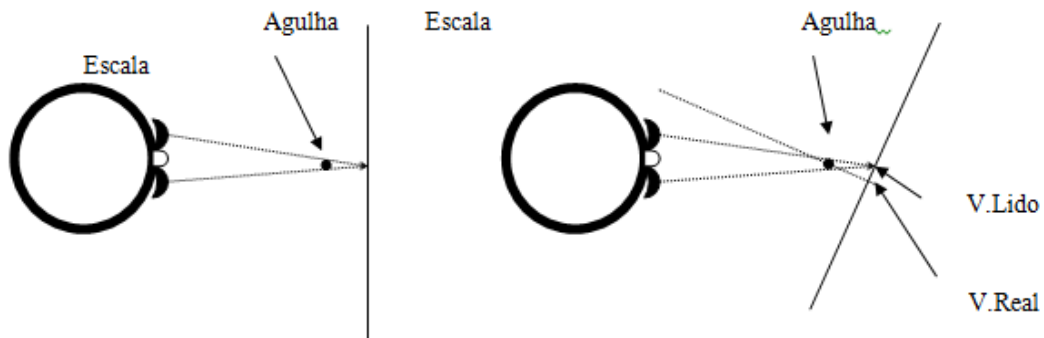


Figura 6-21 Esquema do melhor posicionamento

Um mau posicionamento na leitura do instrumento causa o denominado “erro de paralaxe”.

Na leitura, devemos nos posicionar em frente da escala e não de lado como mostra a figura anterior, para que a pequena diferença de ângulo não afete o valor lido. Muitos multímetros possuem escalas espelhadas justamente para facilitar o alinhamento e evitar este problema, veja a figura abaixo. Devemos fazer a leitura de modo que o ponteiro se sobreponha à imagem, reduzindo assim o erro de paralaxe.



Figura 6-22 Multímetro Analógico



A leitura de valores nas escalas requer mais cuidados: além de termos diversas escalas para as grandezas que são medidas, também existem os fatores de multiplicação, que são indicados pela chave seletora.

As escalas possuem números que correspondem aos valores e entre estes números existem divisões intermediárias, que correspondem a valores intermediários. Não se colocam números nestas divisões porque não existe espaço suficiente. Assim, se entre o 3 o 4 existirem 10 divisões, cada uma delas vale 0,1, ou seja, temos valores como 3,1; 3,2; 3,3; etc, de acordo com a próxima figura .

Se entre os números, tivermos 5 divisões, então, cada uma delas vale 0,2. Como exemplo: 2,2; 2,4; 2,6 etc.

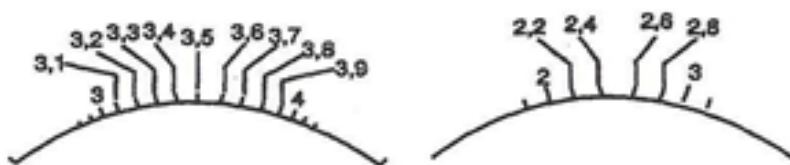


Figura 6-23

A leitura do valor, conforme vimos, depende também da posição da chave seletora, assim como da grandeza. Ao lado de cada escala, ela tem gravada a grandeza elétrica a que se refere. Alguns multímetros possuem escalas de tensões contínuas e alternadas separadas.

Para os multímetros digitais, a leitura é direta, pois os números aparecem no mostrador, devendo o operador apenas ter o cuidado em escolher a escala correta através da chave seletora, quando necessário (existem alguns que fazem a seleção automática da escala).

#### 6.9.5.6. Erros na Leitura de Instrumentos de Medidas

1) Para instrumentos analógicos, o valor da grandeza é igual ao valor lido mais ou menos a metade da menor divisão da escala (erro leitura =  $\pm \text{MDE}/2$ ).

**Ex.:** Amperímetro, Voltímetro, ohmímetro e etc.

**Ex.:** A leitura do OHMIMETRO da figura abaixo: 25,0 sendo a MDE = 2, o erro da leitura é 1. Portanto, temos que o valor da leitura é  $25 \pm 1$ .

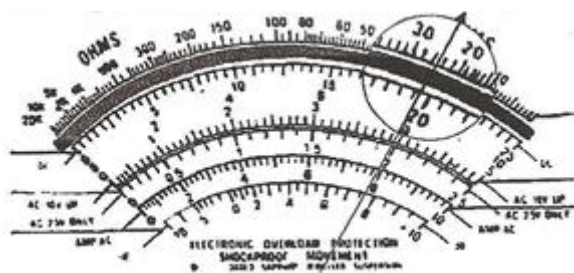


Figura 6-24

2) Para instrumentos não analógicos, o valor da grandeza é igual ao valor lido mais ou menos a menor divisão da escala (erro leitura =  $\pm \text{MDE}$ ).

**Ex.:** Leitura com paquímetro, micrômetro e em equipamentos digitais, etc de precisão, onde as leituras são fornecidas pelos próprios instrumentos não fazendo nenhuma aproximação.

**Ex.:** A leitura do multímetro é indicada na **Fig.6-25**: 182.4, sendo o erro 0,1, pois representa a menor divisão da escala (décimos). Portanto, temos que o valor da leitura correta é  $182,4 \pm 0,1$ .



Figura 6-25

### 6.9.5.7. Erros e Propagação

#### 1) Erro absoluto

$$\delta = \text{Valor Medido} - \text{Valor Teórico (V. Esperado)}$$

#### 2) Erro relativo

$$\delta_l = \frac{\text{Valor Medido} - \text{Valor Teórico}}{\text{Valor Teórico}}$$

#### 3) Erro percentual

$$\delta_p = \left( \frac{|\text{Valor Medido} - \text{Valor Teórico}|}{\text{Valor Teórico}} \right) * 100\%$$

Propagação do erro: Veja apêndice IV e V

a) Soma e Subtração o máximo desvio (erro) é a soma dos desvios (erros) individuais:

$$\delta_S = \delta_A + \delta_B + \dots \text{ (desvio absoluto)}$$

b) Produto ou quociente; não existe como soma dos desvios (erros) absolutos individuais, portanto devem-se calcular os desvios relativos de cada parcela individual, somando-as obtém-se os desvios (erro) relativos do produto ou quociente e a partir destes obtém-se o desvio (erro) absoluto desejado:

$$\delta_R = \delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots, \text{ desvio absoluto da soma}$$

$$\delta_P = A.B(\delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots); \text{ desvio absoluto do produto}$$

$$\delta_Q = A/B(\delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots); \text{ desvio absoluto do quociente}$$

Onde:

$\delta_P$  - desvio absoluto do produto;  $\delta_Q$  - desvio absoluto do quociente; A.B - produto A vezes B; A/B - quociente A por B;  $\delta_{RA} = \delta_A/A$  e  $\delta_{RB} = \delta_B/B$  são os desvios relativos individuais de A e de B, desta maneira calcula-se os desvios relativos de cada parcela. O desvio relativo do produto ou quociente calcula-se pela soma dos desvios relativos individuais de cada parcela.

## 6.10. Código de Cores de Resistores

Os resistores de uso comum são produzidos em escala industrial, isto é, em grandes quantidades. Este processo torna o seu custo acessível, porém, em contrapartida, sua precisão fica prejudicada, por este motivo, é de grande valia sabermos a imprecisão destes resistores (obtidos pelos fabricantes) e identificarmos a faixa que compreende o seu valor provável.

Os valores dos resistores, produzidos industrialmente, é apresentado através do código de cores comentaremos mais adiante.

Vamos estudar neste item, a relação simultânea entre a corrente e a ddp aplicada a um resistor. Isto é estudar como um elemento se comporta quando submetido a um a d.d.p. surgido uma corrente  $i$  medindo-se simultaneamente a tensão em função da corrente aplicada pode-se concluir dados interessantes, e obter a curva característica de cada componente em estudo. Conhecida como levantamento da curva característica do componente em estudo.

Damos abaixo o significado de cada anel e de cada cor que forma o código das cores para a “medida” das resistências, a fim de que possamos ter sempre à mão este método simples.

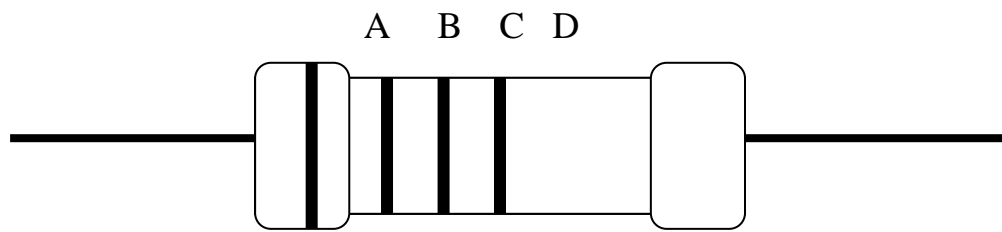


Figura 6-26 Resistor convencional

### *Anel - Significado*

A - Indica o primeiro algarismo significativo da resistência, em ohms;

B - Indica o segundo algarismo significativo da resistência;

C - Indica a potência de 10 pela qual deve ser multiplicado o número formado pelos dois primeiros algarismos significativos A e B;

D - Indica a tolerância em %.

## Cores

Cores	Valores			Multiplicadores	Tolerância
	Faixa 1	Faixa 2	Faixa 3		
Prata	-	-	-	0,01	10%
Ouro	-	-	-	0,1	5%
Preto	0	0	0	1	-
Marrom	1	1	1	10	1%
Vermelho	2	2	2	100	2%
Laranja	3	3	3	1000	-
Amarelo	4	4	4	10000	-
Verde	5	5	5	100000	-
Azul	6	6	6	1000000	-
Violeta	7	7	7	-	-
Cinza	8	8	8	-	-
Branco	9	9	9	-	-
Nenhuma	-	-	-	-	20%

*Exemplos da leitura de resistências pelo código das cores:*

**Sejam:**

A - Laranja

B - Branco

C - Preto

D - Ouro

Resulta:  $R = (39 \times 10^0 \pm 5\%) \Omega$  ou  $R = 39 \Omega$ .

**Sejam:**

A - Marrom

B - Preto

C - Vermelho

D - Ouro

Resulta:  $R = (10 \times 10^2 \pm 5\%) \Omega$  ou  $R = 1000 \Omega$  ou  $1K\Omega$ .

**Valor De Um Resistor**

Valor Nominal	Valor Máximo	Valor Mínimo	Tolerância
$R = 1000 \Omega$	1050 $\Omega$	950 $\Omega$	<b>5% do valor</b> 50 $\Omega$

**Exemplo:** Um técnico de laboratório mede com um voltímetro uma ddp de tensão de 14,5 volts, sobre um componente em um determinado um circuito. Sendo esperado um valor de 14 volts, calcular: a) O desvio absoluto  $\leq$  b) O desvio relativo de (V)  $\delta_v$  c) O desvio percentual ( $\delta \%$ ) d) Intervalo validade do resultado da medida.

Resposta: a) 0,5 V b) 0,033 c) 3,3%

d)  $14,5 - \delta_v \leq V_m \leq 14,5 + \delta_v$     **14  $\leq V_m \leq 15$**

**Exercícios:** Para uma determinado ponto de um circuito esperava-se medir uma ddp de 8 V e mediu-se 7,5V, determine: a) O desvio absoluto  $\leq$  b) O desvio relativo de (V)  $\delta_v$  c) O desvio percentual ( $\delta \%$ ) d) Intervalo validade do resultado da medida.

## 7| Medida de Resistência

### 7.1. Introdução Teórica

#### 7.1.1. Ponte de Wheatstone

Outro método preciso e prático para medir resistência é a ponte de Wheatstone, que será desenvolvida no laboratório e que passaremos a explicar.

A ponte de Wheatstone consiste em quatro resistores, da seguinte maneira:

$R_1$  e  $R_2$ : resistores de razão conhecida

$R_x$ : resistores desconhecido

$R_4$ : resistor de valor conhecido

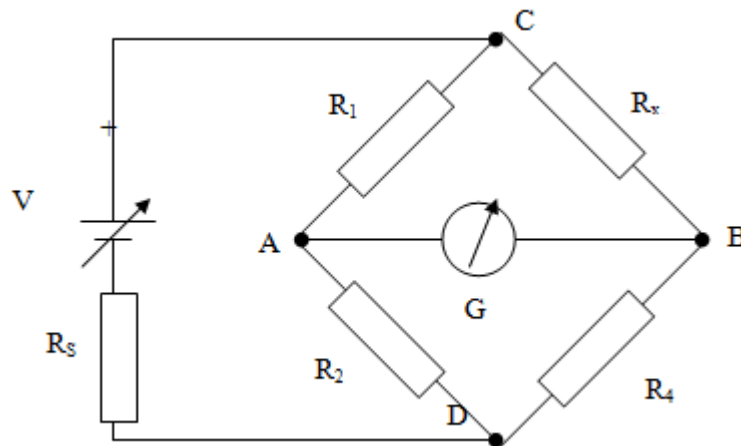


Figura 7-1 Esquema da Ponte de Wheatstone

Entre os pontos A e B é ligado um galvanômetro que permite verificar o equilíbrio da ponte. Conhecendo-se a razão  $R_1/R_2$  e sendo  $R_4$  um resistor fixo de valor conhecido, podem-se ajustar os valores das resistências  $R_x$ , até que não haja corrente no galvanômetro. Diz-se então que a ponte está equilibrada.

Não passando corrente pelo galvanômetro, isto significa que o potencial em A é igual ao potencial em B. Por outro lado, como não existe corrente através de G, a corrente que passa por  $R_1$  é a mesma que deve passar por  $R_2$ , e a corrente que passa por  $R_x$  é a mesma que deve passar por  $R_4$ . Ou seja, pela lei de Ohm:

$$\frac{V_{AC}}{R_1} = \frac{V_{DA}}{R_2} \quad \text{e} \quad \frac{V_{BC}}{R_x} = \frac{V_{DB}}{R_4}$$

Sendo  $V_{AC} = V_{BC}$  e  $V_{DA} = V_{DB}$ , obtemos:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_4}$$

**Equação 7-1 Relação entre os resistores da ponte**

$$\text{ou } R_x = R_4 \frac{R_1}{R_2}$$

**Equação 7-2 Relação para resistor desconhecido**

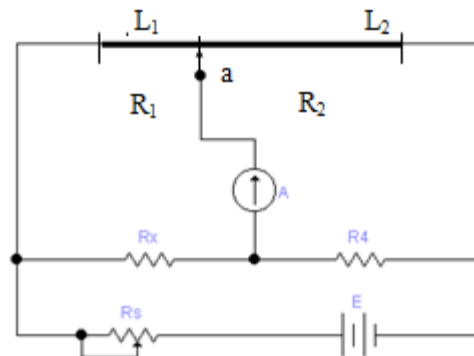
Se  $R_1$  e  $R_2$  forem de precisão, e se  $R_4$  tiver muitas possibilidades de variação, a medição de  $R$  poderá ser bastante precisa, muito mais precisa que as medições efetuadas com o ohmímetro convencional.

O circuito da ponte de Wheatstone pode ser usado para medir não só resistores, como também indutores e capacitores, tanto em AC como em DC. Desde que se tenha um transdutor adequado.

### 7.1.2. Resistência de um fio

Como o galvanômetro é muito sensível à passagem de pequenas correntes, usa-se colocar em série com o mesmo uma resistência  $R_s$ , variável, de grande valor, que no início da experiência terá valor máximo, reduzindo assim a sensibilidade do galvanômetro e protegendo-o quando a fonte não estiver equilibrada.

Em nosso caso, montaremos no laboratório o circuito da **Fig.7-2**:



**Figura 7-2 Circuito da Ponte de Wheatstone**

O ponto a é um contato móvel que deslizará sobre  $R_1$  e  $R_2$ , permitindo encontrar o ponto de equilíbrio da ponte. Os resistores  $R_1$  e  $R_2$  serão as duas partes de um fio de comprimento fixo (aqui: 1 metro).

Como para um fio de seção reta homogênea

$$R = \rho \frac{L}{A},$$

**Equação 7-3 Resistência para um fio**

Então:

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A} \quad \text{e} \quad R_2 = \rho \frac{L_2}{A}$$

**Equação 7-4 Resistência de  $R_2$  e  $R_1$**

Pelo equilíbrio:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

**Equação 7-5 Ponte em equilíbrio**

Temos, substituindo a **Eq.7-4** em **Eq.7-5**, teremos:

$$R_x = R_4 \cdot \frac{L_1}{L_2}$$

**Equação 7-6 Resistência desconhecida**

Vemos, portanto, que basta sabermos o valor de um resistor  $R_4$ , e a relação dos comprimentos  $L_1$  e  $L_2$  para obtermos  $R_x$ , com a ponte equilibrada.

$L_1$  - Valor do início do fio até o ponto onde ocorre o equilíbrio

$L_2$  - Valor do ponto onde ocorre o equilíbrio até final do fio.

A razão da resistividade ( $\rho$ ) pela secção transversal do fio  $A$  ( $\rho/A$ ) pode-se determinar pela razão da resistência total pelo comprimento total.



**Medida de Resistência**

1. Um certo galvanômetro de calibre fundamental 0,1mA possui uma resistência de  $50\ \Omega$ . Que resistências, devem ser associadas a um amperímetro para obtermos novos calibres de 50 mA, e como voltímetro de calibres 0,5 V e 50 volts?
2. Quando um multímetro é utilizado como ohmímetro, é estabelecido uma corrente no interior do mesmo. O circuito da figura abaixo onde  $E = 3\text{ V}$  é uma fonte de tensão,  $R_a$  uma resistência de ajuste para zerar a escala e  $R$  a resistência a ser medida. Calcule, para o galvanômetro da questão 1, o valor de  $R_a$  que “zera” a escala.
3. A escala do ohmímetro é invertida em relação a do amperímetro e do voltímetro. Explique por que isso ocorre.
4. Dê os valores das resistências dos seguintes resistores utilizando o código de cores:
  - a. amarelo, preto, verde, ouro
  - b. marrom, preto, vermelho, prata
  - c. vermelho, vermelho, vermelho, ouro
5. Dê as seqüências de cores correspondentes às resistências abaixo:
  - a.  $48\text{ K}\ \Omega \pm 20\%$
  - b.  $10\ \Omega \pm 5\%$
  - c.  $1\text{ K}\ \Omega \pm 10\%$
  - d.  $2,5\text{ M}\ \Omega$
6. Explique claramente o que significa “equilibrar” a Ponte de Wheatstone.
7. Mostre, usando as Leis de Kirchhoff (fig.13), que para a Ponte de Wheatstone equilibrada vale a relação:

$$R_x = R_4 R_1/R_2$$

8. Sendo  $R_1$  e  $R_2$  as resistência das partes de um fio homogêneo, onde ocorrerá o equilíbrio da ponte, sendo o fio de secção reta constante e comprimento total  $L$  na fig.14 da questão 7. Mostre que a expressão para determinar  $R_x$  torna-se:

$$R_x = R_4 L_1/L_2$$

9. Quais as limitações impostas para a ponte Wheatstone? Qual seria uma melhor medida para o  $R_x$ , com precisão utilizando a ponte para medida a partir dos valores de  $L_1$  e  $L_2$ ? Explique o porquê.

10. No circuito abaixo, considere o voltímetro ideal. Sendo  $R_1 = 8\Omega$ ;  $R_2 = 10\Omega$ ;  $R_3 = 6\Omega$ ; A corrente total fornecida pela fonte de 2,0 A. Calcule:
- $R_4$  em  $\Omega$ .
  - a potência dissipada em  $R_2$
  - a ddp. entre os pontos A e B
  - as correntes  $I_1$  e  $I_2$  ?
  - a potência dissipada pela fonte se a resistência de  $1\Omega$  for sua resistência interna?
  - Por que o circuito da figura, não pode ser considerada como sendo uma ponte wheatstone equilibrada?

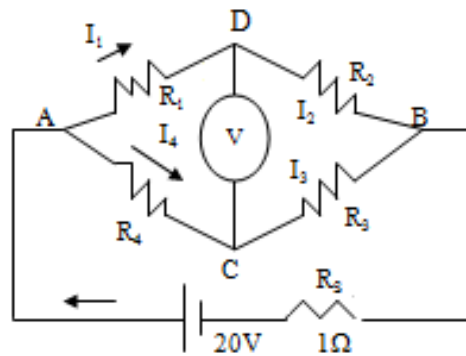


Figura 7-3 Circuito questão 10

## Medida de Resistência

### OBJETIVOS:

Com esta experiência, pretendemos aprender um método preciso para medir resistência. Sem usar o código de cores ou o ohmímetro. Além de Medidas de resistores pelo código de cores; Aprender a manusear um multímetro analógico e observar suas formas de utilização; Observar o princípio de funcionamento de um GALVANÔMETRO; Utilização do multímetro digital.

### MATERIAL UTILIZADO:

Multímetro Analógico Minipa ET – 30009 e Standard ST – 505; Multímetro Digital Tektronix DM250; Prancheta, modelo do laboratório; Resistores, cabos para ligação, uma pilha; Fonte de tensão regulável; Fio homogêneo de 1,0 m; Potenciômetro; Microamperímetro (50 $\mu$ A); Acessórios de conexão.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### *Usando o Código de Cores*

1. Usando o Código de Cores identifique os valores dos resistores:

$$R_1 = 560 \, \Omega, R_2 = 820 \, \Omega, R_3 = 1,8k \, \Omega \text{ e } R_4 = 2,2 \, K \, \Omega.$$

2. Anote ou mesmo, calcule o valor teoricamente esperado (pelo código de cores) de  $R_1$ ;  $R_2$ ;  $R_3$  e  $R_4$ ;  $R_1+R_2$ ;  $(R_3+R_4)$ ;  $R_1/R_2$

$R_x$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$(R_1+R_2)$	$(R_3 + R_4)$	$(R_1+R_2)/(R_3+R_4)$	$(R_1/R_2)$
Código cor	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
Valor Multim.	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
Desv. $\delta_R$ Relativo								
Desv. $\delta\%$ Percent.								

Tabela 7-1

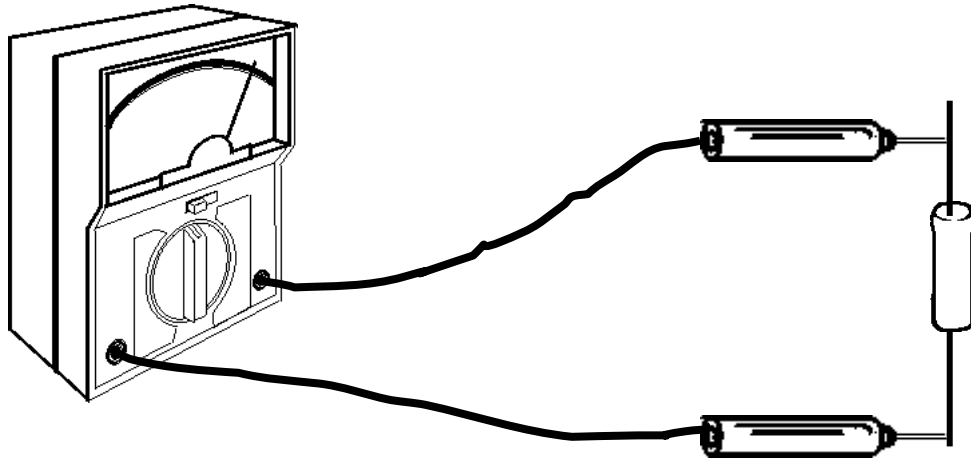
#### *Usando o Multímetro como Ohmímetro*

1. Para medir a resistência elétrica com o multímetro analógico coloca-se o seletor na faixa de alcance que se julga adequada para aquele componente (X1; X10; X100; X1K).
2. Uma vez escolhido a faixa de alcance, as pontas de prova devem ser colocadas em curto circuito para o ajuste do zero da escala. Isto se consegue colocando-se

o controle ADJ. até que o ponteiro fique exatamente sobre o zero da extrema direita (figura 21).

3. Agora o multímetro está pronto para medir a resistência elétrica. Basta para isso, aplicar as pontas de prova aos terminais do resistor. O valor da resistência é lido diretamente na escala.

**Exemplo:** Se o valor está na posição  $\times 10$  e o ponteiro indica 10 na escala, então o valor da resistência é de  $100\ \Omega$ , como mostra a figura abaixo.



4. Use o multímetro como ohmímetro. Para isso, coloque a chave seletora na posição  $R \times 1$  e ponha fios de ligação nos terminais “+” e “COM”. Faça “curto circuito”, juntando as pontas expostas dos fios de ligação. Observe o ponteiro do medidor. Vire o botão ajustando até que o ponteiro marque “zero” na escala do ohmímetro. Quando isto acontecer, o ohmímetro estará ajustado para este calibre.
5. Ligue agora as pontas expostas dos dois fios de ligação do ohmímetro aos terminais do resistor  $R_1$ , usando, se achar conveniente, a prancheta com bornes de ligação. Leia o valor acusado na escala do ohmímetro. Este é o valor da resistência do resistor  $R_1$ . Se a deflexão do ponteiro for tão pequena que não permita lê a resistência com clareza, ou tão grande que o ponteiro se aproxime demais do zero da escala dificultando a leitura, vire a chave seletora para a posição vizinha ( $R \times 100$ ), faça (de novo) o ajuste para este calibre e repita o procedimento. Anote os valores das resistências obtidas, preenchendo a **Tab.7-1**.
6. Repita o procedimento anterior para os demais resistores e associações da tabela anterior. Anote todos os valores medidos.

#### **Usando a Ponte de Wheatstone**

7. Utilizando os resistores já conhecidos pelo código de cores,  $R_{xi}$  onde  $i = 1,2,3,4$ ; monte o circuito da figura abaixo, ponte de fio, onde E é uma fonte variável de corrente contínua,  $A$  amperímetro de  $50\ \mu A$ ,  $R_1$  e  $R_2$  são as duas partes do fio de resistência com 1 metro de comprimento,  $R_4$  resistor conhecido de  $1\ Kohm$  e  $R_x$  é um dos resistores fornecidos.

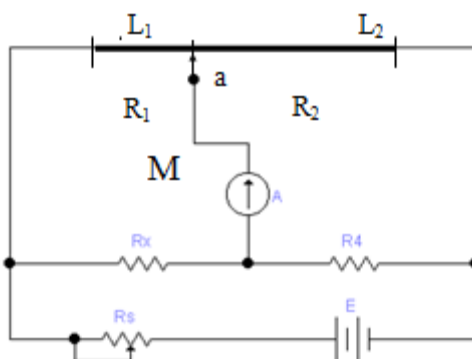


Figura 7-4 Circuito da Ponte de Wheatstone

8. Feche cuidadosamente o contato móvel M, observando o deslocamento do ponteiro do amperímetro a fim de não submetê-lo a uma corrente grande. Isto é deslocamento busco. Movendo o contato móvel procure determinar a posição em que a ponte fica equilibrada. Anote os comprimentos  $L_1$  e  $L_2$  para cada  $R_x$  utilizado.
9. Repita o procedimento 8 com os outros  $R_x$ , outros 3 pares de resistores conforme indicado na tabela.

	$R_{xi}(\text{cores})$	$R_{4i}(\text{cores})$	$L_1 \text{ (mm)}$	$L_2(\text{mm})$	$R_{xi}(\text{calc.})$
1					
2					
3					
4					

Tabela 7-2

10. Repita o procedimento anterior para outros dois resistores quaisquer.

<b>2.4. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Apresentar em uma tabela os valores teóricos obtidos (código de cores) de $R_1$ e $R_2$ , $R_3$ e $R_4$ e as associações em série e em paralelo, associações mistas e os respectivos valores medidos.	1,0
d) Calcule as resistências $R_{x1}$ , $R_{x2}$ , $R_{x3}$ e $R_{x4}$ , a partir dos seus valores obtidos de $L_1$ e $L_2$ pela Ponte de Wheatstone.	2,0
e) Calcule o desvio percentual em relação aos valores teóricos (código de cores) de cada medida efetuada. $(\delta) = \frac{ \text{VALOR MEDIDO} - \text{VALOR TEÓRICO} }{\text{VALOR TEÓRICO}} \times 100\%$	2,0
f) As medidas dos resistores com o multímetro foram satisfatórias? Explique. Em que condições a ponte de Wheatstone dá resultados melhores? Em que condições ela dá resultados menos confiáveis?	1,0
g) Você acha que poderíamos nas condições em que está realizado este experimento, medir uma resistência de 100 K $\Omega$ ? Explique.	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>1,5</b>
h) Análise dos resultados obtidos (Discrepância dos valores obtidos, desvios percentuais, fontes de erros, etc).	1,0
i) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 8| Elemento Resistivo Linear e Não Linear

### 8.1. Introdução Teórica

#### 8.1.1. Elementos Resistivos Lineares

Chamamos de elementos resistivos linear aquele em que a razão entre a d.d.p. aplicada  $V$  e a intensidade  $I$  da corrente que o atravessa é uma constante, isto é:

$$V/I = R = \text{constante (qualquer que sejam } V \text{ e } I).$$

A esta constante de proporcionalidade chamamos de “resistência” do elemento. Esta relação é conhecida como LEI DE OHM, e a curva característica  $V \times I$  para tais elementos é uma reta, como mostra a **Fig.8-1(a)**. É isto que caracteriza os materiais ôhmicos.

#### 8.1.2. Elementos Resistivos Não Lineares

Para alguns materiais, a relação entre a d.d.p. aplicada  $V$  e a corrente  $I$  que o atravessa não é uma constante. Estes materiais, portanto, não obedecem à Lei de Ohm. Isto significa que a curva  $V \times I$  não é uma reta **Fig.8-1(b)**. Para tais materiais podemos definir uma “resistência aparente”, a saber, a relação:

$$R(\text{ap}) = V/I$$

Esta relação, como podemos observar, varia de ponto para ponto na curva característica, ou seja, a resistência depende das condições a que esteja submetido o elemento, como tensão, temperatura, intensidade luminosa, etc.

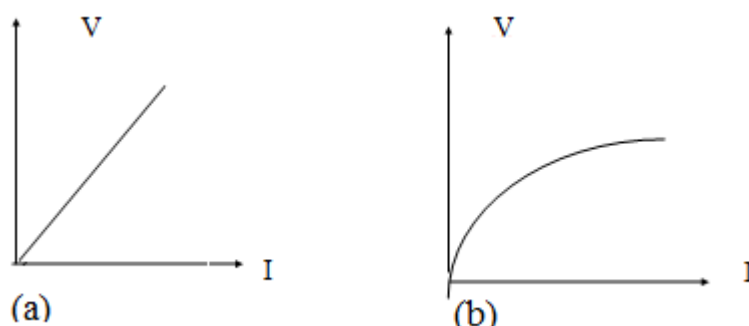


Figura 8-1 (a) Curva característica de um material que obedece a lei de Ohm (b) Curva característica de um elemento não linear

#### 8.1.3. Como saber se um elemento obedece à lei de ohm?

Para isto devemos levantar a curva característica do material, ou seja, submetê-lo a diversas diferenças de potencial e medir a corrente que o atravessa, e em seguida traçar o gráfico  $V \times I$ .

**Atenção:** Para traçar a curva característica de um elemento, devemos sempre medir simultaneamente a corrente que o atravessa e a tensão a que ele está submetido. Mas como fazer simultaneamente estas duas medidas? Será isto possível? Temos duas alternativas, ambas afetadas de um erro devido aos medidores.

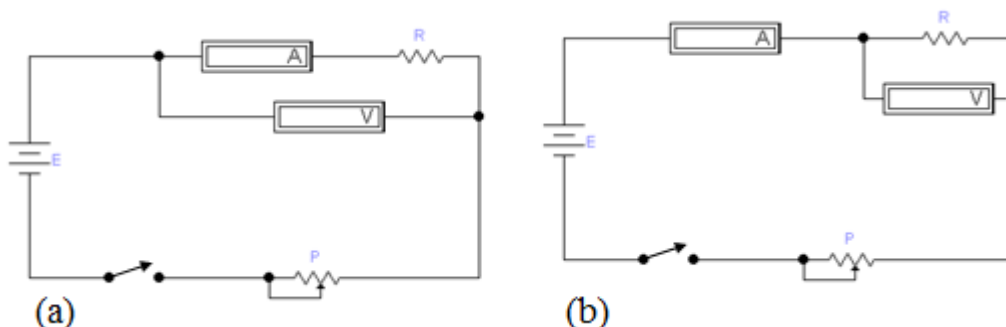


Figura 8-2 (a) Montagem a Montante - Voltímetro antes do Amperímetro (b) Montante - Voltímetro colocado depois do Amperímetro

Na primeira alternativa, **Fig.8-2(a)**, a corrente que atravessa o elemento  $I(R)$  é a mesma que atravessa o amperímetro  $I(a)$ ;  $I(R) = I(a)$ . Porém a d.p.p., medida pelo voltímetro  $V(v)$  é a queda de potencial através do resistor  $v(R)$  mais a queda de potencial  $V(a)$  devida à resistência interna do amperímetro  $R(a)$ , que nunca é rigorosamente igual a zero, isto é:

$$V(v) = V(R) + V(a) \Rightarrow V(v) = R.I(a) + R(a).I(a)$$

Como a resistência interna do amperímetro não é nula, haverá uma discrepância entre a leitura do voltímetro e a d.d.p., a que está submetido o elemento, e esta discrepância será tanto maior quanto maior for o valor da resistência interna do amperímetro, em relação ao valor da resistência  $R$ . ( $R(a) \gg R$ ).

Na segunda alternativa, **Fig.8-2(b)**, a d.d.p., a que está submetido o resistor  $V(R)$  é aquela medida pelo voltímetro  $V(v)$ :  $V(v) = V(R)$ . Porém a corrente medida pelo amperímetro  $I(a)$  será a soma das correntes que atravessam o voltímetro  $I(v)$  e o elemento  $I(R)$ :  $I(a) = I(v) + I(R)$ . Portanto a resistência do elemento ( $R$ ) ( $r(v) \gg R$ ), haverá uma discrepância sensível entre a leitura do amperímetro e a corrente que passa pelo elemento:

$$I(a) = I(v) + I(R).$$

Vemos então que a primeira alternativa, chamada montagem a montante (voltímetro antes do amperímetro) dá resultados mais precisos quando a resistência a medir é muito maior que a resistência interna do amperímetro; e a segunda, chamada montagem a jusante (voltímetro depois do amperímetro) é indicada para os casos em que a resistência interna do voltímetro seja muito maior que a resistência a medir. Estas duas condições não se excluem. Nos casos em que ambas sejam satisfeitas, os dois métodos darão resultados satisfatórios.

#### 8.1.4. Diodo

O diodo é um dispositivo que possui propriedades de um retificador. O que caracteriza um retificador é que ele deixa passar facilmente a corrente num sentido, e quase não a deixa passar no sentido oposto. No primeiro caso, dizemos que o diodo está “diretamente polarizado”, e no segundo, que está “inversamente polarizado”.



Noutras palavras, podemos considerar o diodo como um dispositivo que apresenta resistência de polarização direta  $R(d)$  quase nula, e resistência de polarização inversa  $R(i)$  altíssima (veja **Fig.8-3(a)** e **(b)**).

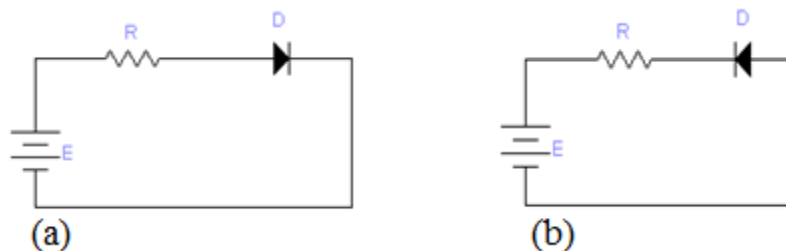


Figura 8-3 (a) Diodo diretamente polarizado (b) Diodo inversamente polarizado

Além disso, a resistência de polarização direta do diodo não é constante, variando com a d.d.p., a que ele é submetido. Ou seja, o gráfico  $V \times I$  para um diodo não é uma linha reta, mas sim uma de inclinação variável.

A **Fig.8-4(a)** mostra a relação entre corrente e tensão para um diodo ideal. A **Fig.8-4(b)** mostra a mesma relação para um diodo real.  $I(d)$  e  $V(d)$  são a corrente e a tensão no caso do diodo diretamente polarizado,  $I(i)$  e  $V(i)$  no caso do diodo inversamente polarizado.

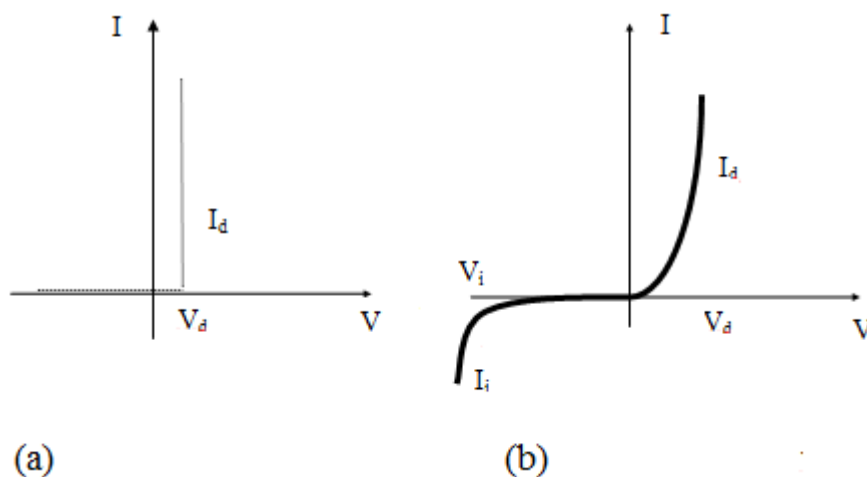


Figura 8-4 (a) Diodo ideal (b) Diodo real

**OBSERVAÇÃO:** Neste experimento só será utilizado o diodo diretamente polarizado, pois podemos considerar desprezíveis os valores obtidos para a corrente inversamente polarizada. Sugerimos ao aluno que na hora da realização do experimento tente medir esta corrente e fique atento para qual montagem deve ser utilizada.

### 8.1.5. Diodo como retificador

Quando só dispomos de uma fonte de tensão alternada, pode ocorrer que desejamos retificar a corrente, o que é possível fazer com auxílio de diodos. Lembramos que uma corrente contínua é uma corrente cujo sentido e intensidade se mantêm constantes com o tempo. O gráfico  $I \times t$  de uma corrente contínua é, pois, uma reta paralela ao eixo  $t$  (ver **Fig.8-5**), e a função que representa uma corrente contínua pode ser escrita como:

$$I(t) = I_o = \text{constante}$$



Figura 8-5 Corrente contínua

Já a corrente alternada varia continuamente, em intensidade e sentido, com o tempo. A forma mais comum da corrente alternada é a “senoidal”, cuja função pode ser escrita como:

$$I(t) = I_o \text{ sen } (Wt)$$

Equação 8-1 Corrente alternada

e cujo gráfico pode ser visto na **Fig.8-5**. Na expressão anterior  $W$  é a “frequência angular”, e está relacionada com a “frequência”  $f$  da corrente pela relação:

$$W = 2\pi f$$

Equação 8-2 Frequência

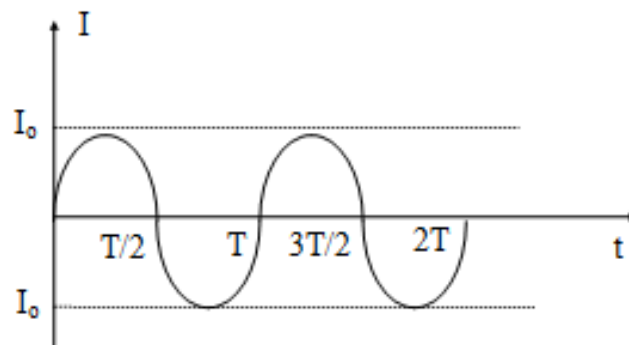


Figura 8-6 Corrente alternada senoidal

Quando colocamos um diodo em um circuito de corrente alternada, a corrente só passará durante a metade do período. Durante a outra metade a corrente não poderá passar, porque, havendo invertido o sentido, ela encontrará o diodo inversamente polarizado. No caso da corrente senoidal, a função será, portanto, durante a primeira metade do período, a mesma da **Eq.8-1** anterior, enquanto durante a segunda metade será nula.

$$\begin{aligned} I(t) &= I_o \text{ sen}(wt) & (0 < t < T/2) \\ &= 0 & (T/2 < t < T) \end{aligned}$$

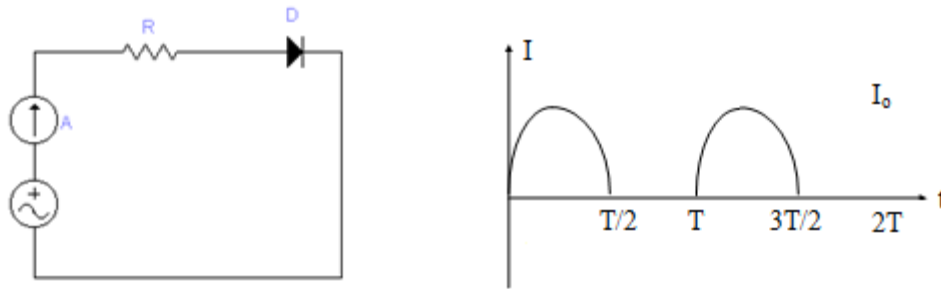


Figura 8-7 Retificação de meia onda, com um diodo

onde  $T = 1/f$  é o “período”, e o gráfico é o que pode ser visto na **Fig.8-7**. Dizemos que houve uma “retificação de meia onda”.

Uma “retificação de onda completa pode ser obtida, por exemplo, associando 4 diodos da maneira indicada na **Fig.8-8**. Acompanhando o esquema, e lembrando que a corrente só atravessa um diodo se ela for tal que resulte polarização direta naquele instante, você poderá ver que a corrente sempre atravessará o resistor  $R$  no sentido de A para B. a função que representa a corrente em um circuito com um retificador de onda completa será:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_o \sin(\omega t) & (0 < t < T/2) \\ &= I_o \sin(\omega t) & (T/2 < t < T) \end{aligned}$$

em quanto o gráfico da corrente neste caso será o que é mostrado na **Fig.8-8**.

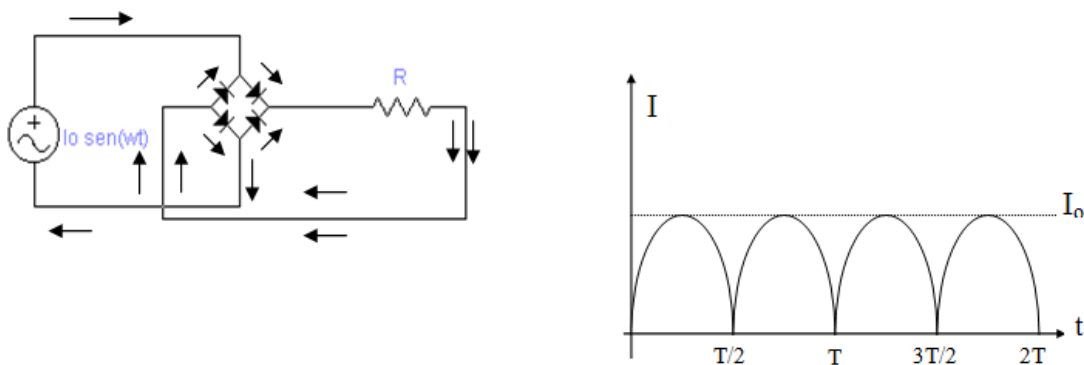


Figura 8-8 Retificação de onda completa, com quatro diodos

## Curva Característica de um Componente

1. Podemos dizer que a resistência elétrica de um elemento resistivo de um circuito será sempre  $R = V/I$  (Lei de Ohm)? Explique resumidamente quais são as diferenças fundamentais entre um elemento resistivo linear e não linear.

2. Mostre que o erro cometido com a montagem a montante é:

$$e = R_A \text{ (erro absoluto)}$$

3. e na montagem a jusante o erro cometido é:

$$e = -R^2/(R+R_V)$$

4. Esboce o circuito de uma montagem a montante e de uma montagem a jusante. Em que circunstâncias é indicada a montagem a montante e a montagem a jusante? Em que circunstâncias as duas montagens podem dar resultados satisfatórios?

5. Explique em que consiste a função retificadora de um diodo, isto é, de que maneira o diodo é capaz de retificar uma corrente alternada. Esboce a curva característica(  $I \times V$  ) de um elemento resistivo não linear real(diodo). Este elemento possui uma resistência definida? Explique.

6. Esboce um circuito de retificação de meia onda. Explique, utilizando uma corrente alternada  $I = I_0 \sin(\omega t)$ , como se verifica o processo de retificação.

7. esboce um circuito de retificação de onda completa. Explique, utilizando a corrente alternada  $I = I_0 \sin(\omega t)$ , como se verifica o processo de retificação?

8. Quando a temperatura de um condutor aumenta, você espera que a resistência elétrica do mesmo aumente ou diminui? Por quê? Esboce a curva característica ( $V \times I$ ) para o filamento de uma lâmpada de 220W/220V, quando a tensão aplicada aumenta de 0 até 220 Volts.

9. Temos dois condutores de mesmo comprimento, material, processo de fabricação mas de áreas diferentes. Que podemos concluir sobre:

- a. Resistividade
- b. Resistência dos mesmos. Justifique suas respostas.

10. Como você ligaria resistores de modo que a resistência equivalente fosse maior que as resistências individuais? Dê um exemplo.
11. Que vantagens pode haver em se usarem dois resistores idênticos, em paralelo, ligados em série com um outro par idêntico de resistores em paralelo, em lugar de se usar um único resistor?
12. Esboce o diagrama Potência  $\underline{P}$  versus  $\underline{R}$  (variável) de zero a alguns  $K\Omega$ , isto é,  $0 < R(\text{variável}) < \infty$ .

## Curva Característica de um Componente

### OBJETIVOS:

Ao final desta experiência você deverá ser capaz de: Distinguir entre elementos resistivos lineares e não-lineares; determinar experimentalmente as curvas características de elementos resistivos; Estabelecer circuitos que minimizem os erros na determinação da resistência, devidos ao voltímetro e ao amperímetro. Avaliar a influência nas medidas devido às resistências internas do Amperímetro e do Voltímetro.

### MATERIAL UTILIZADO:

Multímetro Analógico Minipa ET – 30009 e Standard ST – 505; Multímetro Digital Tektronix DM250; Prancheta, modelo do laboratório; Resistores, cabos para ligação, uma pilha; Fonte de tensão regulável; Fio homogêneo de 1,0 m; Potenciômetro; Microamperímetro ( $50\mu\text{A}$ ); Acessórios de conexão.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### *Montagem a Montante*

1. Meça e anote os valores das resistências fornecidas (pelo código de cores), por exemplo:  $390\Omega$  e  $10\text{K}\Omega$ .
2. Monte o circuito da figura, sem ligar a fonte. Certifique-se que a montagem está correta (peça orientação ao professor ou ao monitor). O potenciômetro P de  $47\text{K}\Omega$  deve estar inicialmente na posição de resistência máxima.

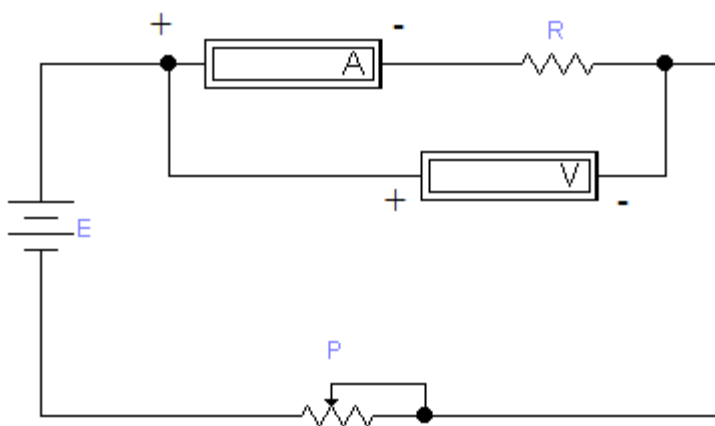


Figura 8-9 Esquema da Montagem a Montante

3. Girando cuidadosamente o potenciômetro P, faça variar em intervalos regulares, a corrente (I) através do amperímetro e a tensão (V) através do voltímetro. Anote em uma tabela os valores de I e V para cada resistor fornecido.

560Ω

I(mA)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
V(V)										

10KΩ

I(mA)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
V(V)										

Tabela 8-1

### Montagem a Jusante

4. Repita os itens 1, 2 e 3 para a montagem a Jusante. Veja o esquema abaixo:

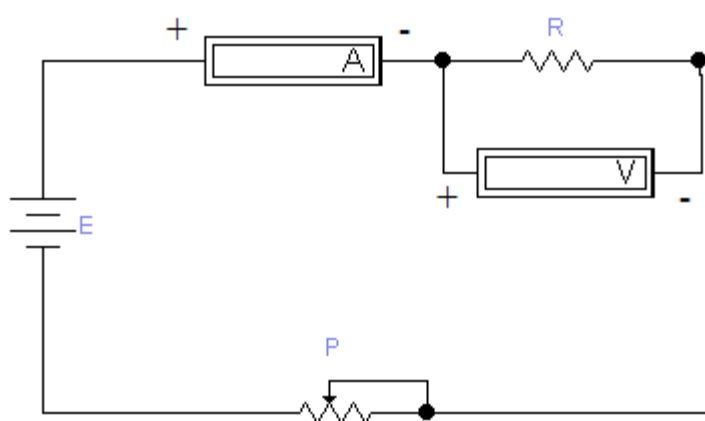


Figura 8-10 Esquema de montagem a jusante

560Ω

I(mA)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
V(V)										

10KΩ

I(mA)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
V(V)										

Tabela 8-2

**Levantamento da Curva Característica do próprio miliamperímetro,**  
meça simultaneamente I e V, sobre o miliamperímetro; anota na tabela 3

I(mA)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
V(mV)										

Tabela 8-3

### **Levantamento da Curva Característica de um Elemento Não-Linear**

5. Meça e anote os valores da f.e.m. da fonte e a resistência do diodo diretamente inversamente polarizado.

6. Monte o circuito a montante para obter os valores da corrente e da tensão, com o diodo diretamente polarizado em lugar da resistência R usada anteriormente. Para certificar-se de que a corrente não irá danificar o amperímetro, calcule a corrente quando o potenciômetro P estiver nas posições de resistências máxima e mínima.

7. Com o resistor de 47ohms em série com o diodo, meça em intervalos iguais os valores de I e V simultaneamente sobre o diodo. Anote para o diodo fornecido.

I(mA)										
V(mV)	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850

Tabela 8-4

8. Repita os itens 6 e 7 para a montagem a jusante.

I(mA)										
V(mV)	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850

Tabela 8-5



<b>8.4. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental, Apresentação dos dados obtidos em tabelas e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>6,5</b>
c) Trace em papel milimetrado a curva característica V x I para cada resistor fornecido, no mesmo sistema de eixo; para os dois tipos de montagens realizadas.	2,0
d) Determine a partir do gráfico V x I, a resistência de cada resistor, ou seja, a inclinação do gráfico obtido. Determine o desvio percentual em relação ao valor de cada resistor fornecido.  $\delta\% = \frac{ \text{VALOR MEDIDO} - \text{VALOR TEÓRICO} }{\text{VALOR TEÓRICO}} \times 100\%$	1,5
e) Desenhe em papel milimetrado a curva característica I x V do diodo diretamente polarizado, para o circuito a montante e para o circuito a jusante, no mesmo sistema de eixos.	2,0
f) Analise o tipo de gráfico obtido e que conclusões pode-se obter a partir desse gráfico para o diodo.	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>2,0</b>
g) Explique para qual dos dois resistores esta montagem dá resultados mais satisfatórios.	0,5
h) Comente sobre qual das montagens vistas é mais apropriada para avaliar a resistência do diodo diretamente polarizado.	0,5
i) Análise dos resultados (Discrepâncias dos valores obtidos, desvios percentuais, fontes de erros, etc).	0,5
j) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 9| Leis de Kirchhoff em Circuitos Resistivos

### 9.1. Introdução Teórica

#### 9.1.1. Leis de Kirchhoff

O método de resolução de circuitos elétricos por substituição de uma associação de resistores pela resistência equivalente não é capaz de solucionar problemas com mais de uma fonte de tensão.

Leis bastante simples, denominadas Leis de Kirchhoff, são aplicáveis a circuito de corrente contínua contendo baterias e resistores ligados de qualquer forma.

O enunciado destas regras é feito a seguir:

**Lei 1:** “ Em qualquer ponto num circuito, onde há divisão da corrente, a soma das correntes que chegam ao ponto é igual à soma das correntes que deles saem”.

**Lei 2:** “ A soma algébrica dos aumentos e diminuições de potencial ao longo de qualquer malha fechada de qualquer circuito deve ser igual a zero”.

A lei 1 denominada lei das malhas, é consequência do fato de que em um estado estacionário ou permanente, a diferença de potencial entre dois pontos se mantém e também que a variação de potencial ao longo de um “caminho” fechado é nulo, ou seja, o mesmo potencial é obtido ao se retornar ao ponto de partida.

A lei 2, lei dos nós é consequência direta do princípio da conservação da carga elétrica. A seguir são apresentados alguns exemplos simples do emprego das regras enunciadas anteriormente.

#### 9.1.2. Malhas, Ramos e Nós

Um circuito elétrico é formado por fontes de tensão (pilha, bateria, rede, etc), e componentes (resistores, diodos, indutores, capacitores, transformadores, etc), conectados por fios de ligação.

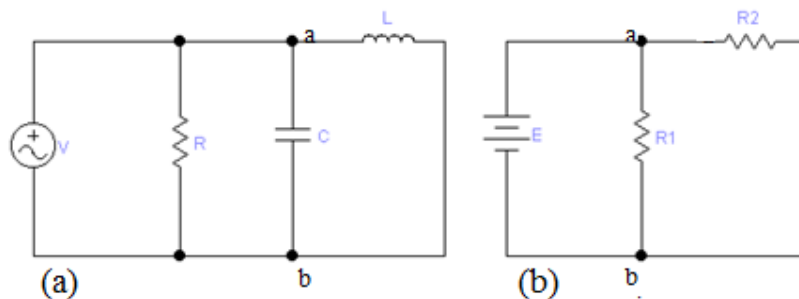


Figura 9-1 Exemplos de circuitos elétricos

O circuito da **Fig.9-1(a)** é formado por uma fonte de tensão alternada, um resistor, um indutor e um capacitor. O circuito da **Fig.9-1(b)** mostra uma fonte de tensão contínua e dois resistores.

O ponto onde três ou mais elementos são conectados, chama-se “nó” de um circuito, isto é, nó é qualquer ponto de circuito onde ocorre divisão ou união de correntes. A **Fig.9-2** ilustra este conceito. No circuito da **Fig.9-1(b)** temos dois nós: a e b.

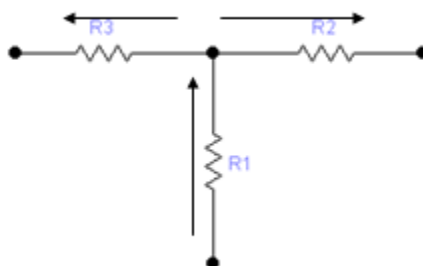


Figura 9-2 Nó de um circuito

O caminho único entre dois nós consecutivos, contendo um ou mais elementos, é chamado “ramo”. Na **Fig.9-1(b)** temos três ramos entre os nós a e b: o primeiro contém a fonte de tensão, o segundo contém  $R_1$  e o último contém  $R_2$ . Um conjunto de ramos interligados, formando um caminho fechado, é chamado “malha”.

Na prática, muitas vezes se faz necessário conhecer a tensão sobre um dos componentes do circuito ou a corrente que o atravessa. Para isto, é necessário que se analise o circuito em questão. Neste tipo de análise, duas regras, conhecidas como Leis de Kirchhoff são de grande utilidade.

### 9.1.3. Lei dos Nós

“A soma algébrica das correntes em cada nó é igual a zero”.

Convenciona-se considerar negativas as correntes que chegam ao nó, e positivas as correntes que saem dele. Podemos entender melhor a lei dos nós com auxílio de uma analogia hidráulica. Assim como a carga elétrica, a água não pode ser armazenada em um ponto, portanto, ao identificarmos uma junção de vários canos como sendo um nó, é evidente que o número de litros de água entrando em um nó por segundo deve ser igual ao número de litros saindo do nó por segundo.

O objetivo deste curso compreende o desenvolvimento das seguintes habilidades: Reconhecimento e associação de símbolos gráficos a instrumentos elétricos; montagens de circuitos, conexão e leitura correta de tensão e corrente usando o multímetro.

Para ilustrar a lei dos nós, teremos o circuito da **Fig.9-3**. De acordo com a referida lei, temos:

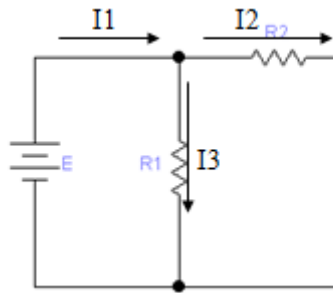


Figura 9-3 Lei dos Nós

“A soma algébrica das correntes em cada nó é igual a zero”.

Para **Fig.9-3** temos:  $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$  ou  $I_1 = I_2 + I_3$

$$\sum_{k=1}^N i_k = 0$$

Equação 9-1 Soma das correntes de um Nó é igual a 0

#### 9.1.4. Lei das Malhas

“A soma algébrica de todas as voltagens existentes numa malha de um circuito é zero”.

Convenciona-se considerar positivos os aumentos de tensão na malha e negativas as quedas de tensão na mesma.

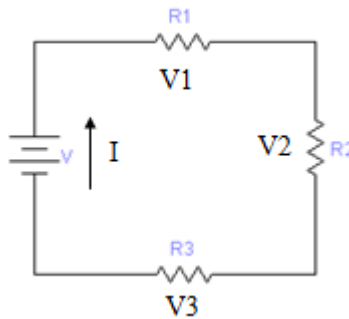


Figura 9-4 Lei das Malhas

Para ilustrar a lei das malhas, consideremos o circuito da **Fig.9-4**.

$$\sum_{k=1}^N V_k = 0$$

Equação 9-2 Soma das tensões de uma Malha é igual a 0

V é o potencial fornecido pela fonte, isto é: a fonte causa um aumento V no potencial da malha. Sobre cada resistor  $R_i$  há uma queda de tensão  $V_i$ . Segundo a lei das malhas, para o nosso circuito de malha única, temos:

$$V - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \text{ ou } V_1 + V_2 + V_3 = V.$$

$$V_1 = V_{R1} = R_2 I$$

$$V_2 = V_{R2} = R_2 I \Rightarrow \text{onde } I = V / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V_3 = V_{R3} = R_3 I$$

Poderia de interpretar os resistores em série com divisões de tensões, ou seja:

$$V_{R1} = V R_1 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V_{R2} = V R_2 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V_{R3} = V R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\text{onde } I = V / (R_1 + R_2 + R_3)$$

**Exemplo:**  $V = 12V$

Vamos supor:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$I = V / (R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = 12V / (3K\Omega)$$

$$I = 4 \text{ mA}$$

$$V_{R1} = R_1 I = 1 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 4V$$

$$V_{R2} = R_2 I = 1 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 4V$$

$$V_{R3} = R_3 I = 1 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 4V$$

**Circuito com duas Malhas**

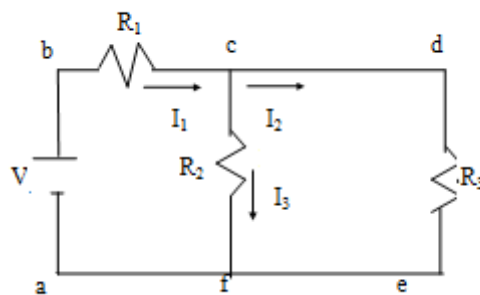


Figura 9-5 Circuito com duas Malhas

$$\text{Malha 1 - abcfc} \quad V - V_{R1} - V_{R2} = 0 \Rightarrow V - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$\text{Malha 2 fcdef} \quad + R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0 \Rightarrow R_2 I_2 = R_3 I_3$$

A terceira malha seria uma combinação linear das outras duas, portanto para solucionar o nosso problema vamos utilizar a equação do nó (c).

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Resolvendo o sistema temos a solução, consideramos a passagem pela resistência no sentido da corrente negativo e no sentido oposto positivo. Na fonte o

potencial é positivo quando passamos pela fonte no sentido (+V) do pólo (+) para o pólo (-) caso contrário negativo. Quando percorremos a malha. O sentido de percurso das malhas são arbítrios, o percurso no sentido horário.

**Exemplo:**  $V = 10V$

$$R_1 = 820\Omega; R_2 = 1,8K\Omega \text{ e } R_3 = 2,2 K\Omega$$

**Temos:**  $10 - 0,820I_1 - 1,8I_2 = 0$

$$1,8I_2 - 2,2I_3 = 0$$

Para o nó (c):  $I_1 = I_2 + I_3$

Resolvendo sistema temos:

	$V_{Ri} (V)$ esperado	$I_{Ri} (mA)$ esperado
$R_1$	4,53	5,53
$R_2$	5,48	3,04
$R_3$	5,48	2,49

### 9.1.5. Força Eletromotriz e resistência interna de uma fonte

Antes de iniciarmos o nosso estudo de fontes de tensão reais é necessário sabermos o que é uma fonte de tensão. Idealmente, uma fonte de tensão é um dispositivo que mantém uma diferença de potencial constante entre dois terminais, quaisquer que sejam as condições de carga a que a mesma esteja submetida. Chamamos de carga a tudo que possa consumir energia desta fonte. Na realidade, nenhuma fonte de tensão é capaz de manter sua “d.d.p.” (diferença de potencial) constante, pois todas as fontes de tensão reais possuem uma resistência interna que por si mesma já constitui uma carga para esta fonte. Uma fonte de tensão ideal pode ser representada pelo desenho da **Fig.9-6(a)** e uma real na **Fig.9-6(b)**. Às vezes, é conveniente usar uma fonte de corrente e um resistor linear em paralelo com a mesma figura **Fig.9-6(c)**. Esses dois circuitos são equivalentes e um caso particular do Teorema de Thévenin-Norton, onde o primeiro circuito é o equivalente Thévenin e o segundo é o equivalente Norton. Neste curso, será dada ênfase ao primeiro.

A força eletromotriz de uma fonte é algum mecanismo que transporta os portadores de carga em sentido oposto aquele em que o campo elétrico está tentando movê-los. Nas baterias comuns, esta força eletromotriz tem sua origem na dissociação iônica que sofrem os componentes desta bateria.

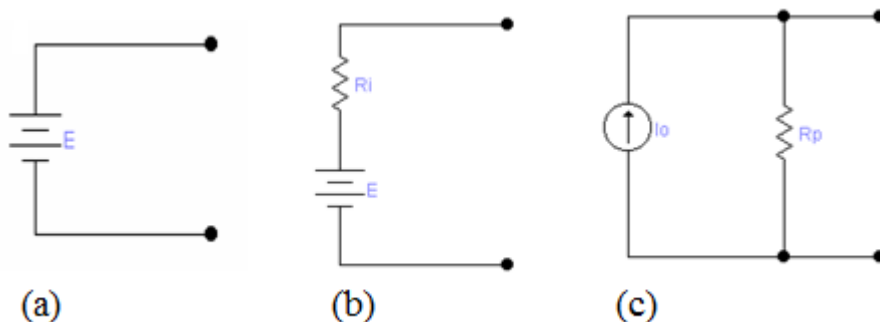


Figura 9-6 Fonte de Tensão

Se quiséssemos determinar a força eletromotriz de uma fonte, o caminho mais imediato seria ligarmos um voltímetro aos terminais desta fonte. No entanto, os voltímetros possuem também uma resistência interna  $R_v$ ; portanto, ao ligarmos um voltímetro a uma fonte de tensão, não estaremos mais medindo a sua f.e.m.,  $E$ . Analisemos o circuito da **Fig.9-7**.

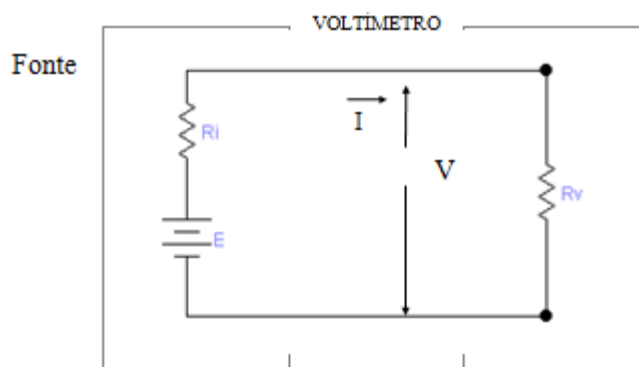


Figura 9-7 Medição da fem

$$I = \frac{E}{R_i + R_v}$$

A tensão medida pelo voltímetro será  $V$ , onde:

$$V = E - R_i I = \frac{R_v}{R_i + R_v} \cdot E$$

$$V = \frac{E}{1 + R_i / R_v}$$

**CONCLUSÃO:** Quanto menor for  $R_i/R_v$  (quanto maior for a resistência do voltímetro em relação à resistência da fonte), mais o valor da tensão medida aproxima-se do valor da f.e.m e mais precisa torna-se a medição de  $E$ .

### 9.1.6. A Pilha Seca

Um tipo bastante comum de bateria química é a pilha comum ou pilha seca (pilha usada em rádio). Ela consiste de uma cuba de zinco (polo negativo) contendo um bastão de grafite no centro (polo positivo) e cheia com uma solução úmida de bióxido

de manganês, cloreto de zinco e cloreto de amônia. O conjunto de reações que se passam nesta pilha foge ao nosso estudo atual.

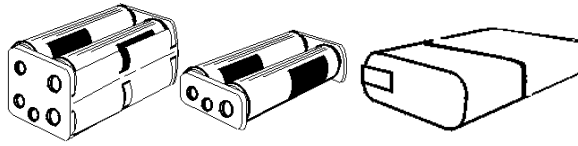


Figura 9-8 4 Pilhas, 2 Pilhas e uma bateria respectivamente

### 9.1.7. Efeito da Resistência de uma Fonte Sobre a ddp

Como vimos, uma fonte de tensão real pode ser representada por uma fonte ideal em série com uma resistência. Se ligarmos uma resistência externa entre os dois terminais desta fonte, uma corrente irá fluir pela mesma.

$$I = \frac{E}{R + R_i}$$

Equação 9-3 Corrente Real

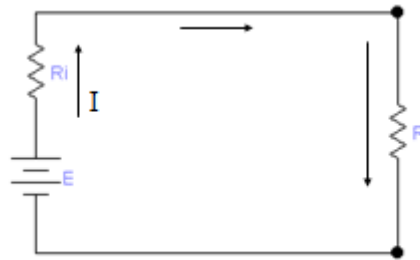


Figura 9-9 Fonte de Tensão Real

Sobre os terminais externos da fonte irá aparecer uma diferença de potencial  $V$ . No entanto,  $V$  não será mais constante, ao contrário variará em função das variações que ocorrem com  $R$ .

$$V = E - R_i I = E - \frac{R_i \cdot E}{R + R_i} = \left(1 - \frac{R_i}{R + R_i}\right) E$$

$$V = \frac{R}{R + R_i} \cdot E \Rightarrow V = f(R)$$

$V$  é uma função  $f$  da resistência externa  $R$ .

Sobre a resistência interna da fonte ( $R_i$ ) irá ocorrer uma queda de tensão igual a  $V_i$ , onde:

$$V_i = R_i \cdot I = R_i \cdot \frac{E}{R + R_i} = \frac{R_i}{R + R_i} E \qquad V_i = \frac{E}{1 + \frac{R}{R_i}}$$

Podemos ver que quanto menor for o valor de  $R$ , maior será esta queda de tensão.

Então, se ligarmos uma carga  $R$  a uma fonte de tensão, a tensão  $V$  sobre esta carga será:  $V = E - R_i \cdot I$



A equação anterior mostra que  $V$  é uma função linear de  $I$ , sendo que a representação gráfica da mesma é uma reta, mostrada na **Fig.9-10**.

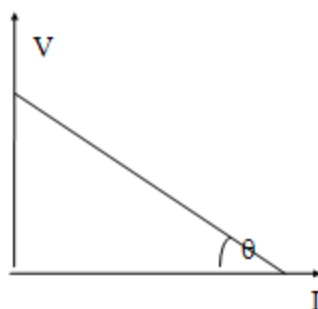


Figura 9-10 Gráfico de uma Fonte

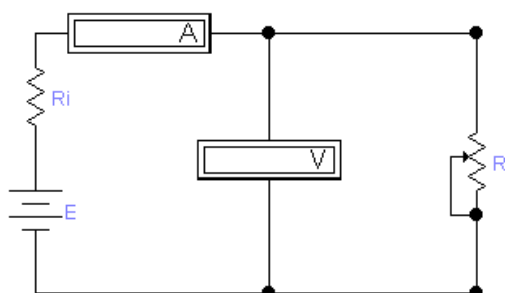
Para determinarmos o valor da resistência interna de uma fonte, basta que liguemos uma carga  $R$  variável (“potenciômetro”) à mesma. Variando o valor da carga, estaremos variando também o valor da corrente correspondente e, conseqüentemente, variando o valor da tensão. A partir disto, poderemos elaborar o gráfico desejado.

Para desenvolvermos o método experimental descrito acima, podemos utilizar os dois pontos do gráfico.

$$\text{Tag}\alpha = (V_2 - V_1) / (I_2 - I_1)$$

Circuito para medidas simultaneamente da corrente  $I$  e da ddp  $V$ (tensão) nos terminais da Fonte

Circuito “a”



Circuito “b”

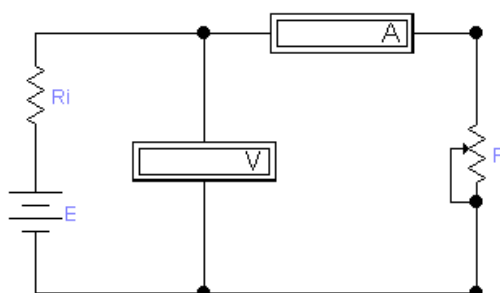


Figura 9-11 Esquema para medição da Resistência Interna da fonte

No circuito “a”, a corrente medida é a corrente da fonte. Porém a tensão medida é menor que a tensão da fonte, devido a queda de tensão que ocorre no amperímetro. Logo, comete-se um erro na medida da tensão.

No circuito “b”, a tensão medida é a tensão da fonte. Porém a corrente medida é a corrente da fonte menos a corrente que passa pelo voltímetro. Neste caso, comete-se um erro na leitura da corrente.

Para estas medidas só pode-se utilizar o circuito (b) e multímetro de alta resistência, isto é ideal, o que garante que não ocorrerá corrente pelo voltímetro satisfazendo a equação:

$$\text{A d.d.p nos terminais da fonte é: } V = E - R_i I$$

Onde 
$$I = \frac{E}{R + R_i}$$

Variando o valor de R temos vários valores de I e V simultaneamente, possibilita construir gráficos e analisá-lo ou poderia fazer uma avaliação estatística das medidas.

### 9.1.8. Efeito da Resistência de uma fonte sobre a Potência Máxima

A potência instantânea fornecida por uma fonte a uma carga qualquer é igual ao produto  $V \times I$ . Analisando uma fonte de tensão ideal, podemos ver que a potência que a mesma pode fornecer a uma carga é ilimitada, para resistências decrescentes, pois a tensão nos seus terminais será constante para qualquer valor da corrente que essa fonte forneça. Infelizmente, a resistência interna das fontes de tensão impõe um limite à potência que as mesmas podem fornecer. Para verificarmos o efeito da resistência interna sobre a potência, analisemos o circuito da **Fig.9-12**.

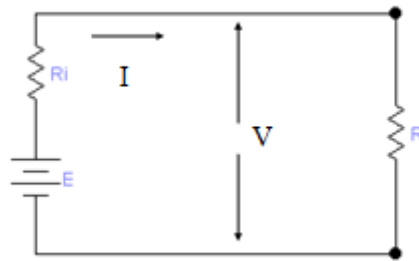


Figura 9-12 Fonte com Resistência Interna

P: Potência dissipada sob forma de calor

$$P = V \cdot I; \quad V = \frac{R}{R + R_i} E$$

$$I = \frac{E}{R + R_i};$$

$$P = \frac{E^2 \cdot R}{(R + R_i)^2}$$

Fazendo-se um gráfico de  $(P \times R)$ , mantendo-se  $R_i$  e  $E$  constante, obtém-se uma curva semelhante à mostrada na **Fig.9-13**.

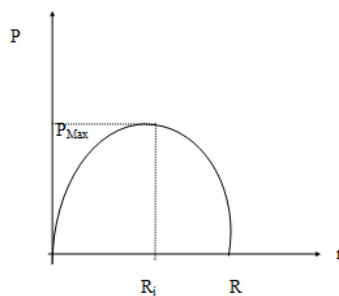


Figura 9-13 Potência x Resistência

A potência máxima que a fonte terá condições de fornecer à carga poderá ser calculada derivando-se  $P$  com relação a  $R$  e igualando a derivada a zero.

$$\frac{dP}{dR} = 0$$

**Equação 9-4 Potência Máxima**

A partir desta equação, obtém-se  $R = R_i$

**CONCLUSÃO:** Uma fonte de tensão real não alimenta qualquer carga, pois a potência que a mesma fornece é limitada pela sua resistência interna.

Com o propósito de alcançar estes objetivos recomenda-se: leitura atenta das instruções, assegurando-se de que pode operacionalizar cada parágrafo (em caso de dúvida consulte o professor ou o monitor).

- 1- Verifique se é capaz de associar os diversos símbolos gráficos dos esquemas, aos componentes e instrumentos elétricos existentes sobre a mesa, para a realização da experiência.
- 2- Verifique se a fonte de tensão está desligada e se o dial de controle da tensão está zerado (posição mais à esquerda) e monte o circuito básico apresentado no esquema I.
- 3- Após ter conferido o circuito (em caso de dúvida consulte o professor ou o monitor), ligue a fonte de tensão e aumente gradativamente o valor da tensão, acompanhando o aumento da tensão no mostrador da fonte, até o valor da tensão ou a tensão indicada pelo professor na conveniência dos equipamentos.
- 4- Os esquemas seguintes incluirão conexões de voltímetros e/ou amperímetros e serão realizadas medidas, portanto preste especial atenção aos seguintes princípios gerais de conexões destes instrumentos:
- 5- A conexão de um *voltímetro*, a um circuito elétrico, é sempre em paralelo ao componente sobre o qual se quer medir a tensão;
- 6- A conexão de um *amperímetro*, a um circuito elétrico, é sempre em série com o componente no ramo ou malha no qual se quer medir a corrente;
- 7- Observe sempre as polaridades (+ e -) dos instrumentos ao fazer conexões desejadas;
- 8- Para não danificar os instrumentos, definitivamente, inicie as medidas com os maiores valores de escalas disponíveis (no presente caso: 600V para o voltímetro e 25mA para o amperímetro), somente então inicie a redução das escalas, cuidadosamente, até a escolha conveniente para seus propósitos de leituras.
- 9- Siga as montagens dos esquemas, satisfazendo as medidas e/ou cálculos em cada caso.

## Leis de Kirchhoff em Circuitos Resistivos

1. Qual é a diferença fundamental entre uma fonte de tensão ideal e uma real? Podemos esperar que um voltímetro ligado aos terminais de uma fonte de tensão nos dê o valor da força eletromotriz dessa fonte? Explique.
2. Suponha que ligamos um voltímetro aos terminais de uma fonte de tensão. Se a resistência interna do voltímetro for da ordem de grandeza da resistência interna da fonte, podemos esperar uma leitura correta da força eletromotriz? Explique. De que maneira a resistência do voltímetro influi na precisão da medida da força eletromotriz de uma fonte de tensão?
3. Mostre que a potência máxima que uma fonte tem condições de fornecer ocorre quando a carga  $R$  é igual à resistência interna da fonte. Qual é o valor da potência que uma fonte de força eletromotriz  $E = 15\text{V}$  e resistência interna  $R_i = 5\text{ ohm}$  é capaz de fornecer?
4. Uma pilha grande e uma pilha pequena são construídas com os mesmos materiais e utilizando os mesmos processos químicos. Que podemos esperar quanto as suas forças eletromotrizes? E quanto às suas resistências internas? NOTA: suponha que as duas pilhas têm a mesma altura.
5. Suponha que um aparelho só funciona bem se a tensão de alimentação for  $44\text{ V}$ . A resistência interna deste aparelho é  $11\text{ ohm}$ . Qual deve ser a força eletromotriz mínima de uma fonte de resistência interna igual a  $2,5\text{ ohm}$ , para que a mesma alimente o aparelho da forma desejada?
6. Um gerador de f.e.m  $E = 12\text{V}$  e resistência interna  $r = 1\text{ ohm}$  está ligado a um resistor de resistência  $R = 3\text{ ohms}$ . Calcule:
  - a. a corrente no circuito.
  - b. a ddp entre os terminais do gerador.
  - c. a potência útil do gerador.
  - d. a potência desperdiçada dentro do gerador.
  - e. a potência total gerada.
  - f. o rendimento do gerador.
7. Defina NÓ, RAMO e MALHA de um circuito elétrico e enuncie e explique as Leis de Kirchhoff. Utilize circuitos elétricos.
8. Dado o circuito abaixo, responda as seguintes questões:
  - a. Diga quantos e quais são os nós e as malhas do circuito? Entre os ramos **b** e **g** quantos e quais são os ramos?
  - b. Sendo  $E = 10\text{ volts}$  e cada resistência  $10\text{ ohm}$ , calcule a corrente em cada ramo e a diferença de potencial em cada resistência.

- c. Qual a diferença de potencial entre os pontos **b** e **g**? E entre os pontos **b** e **d**?

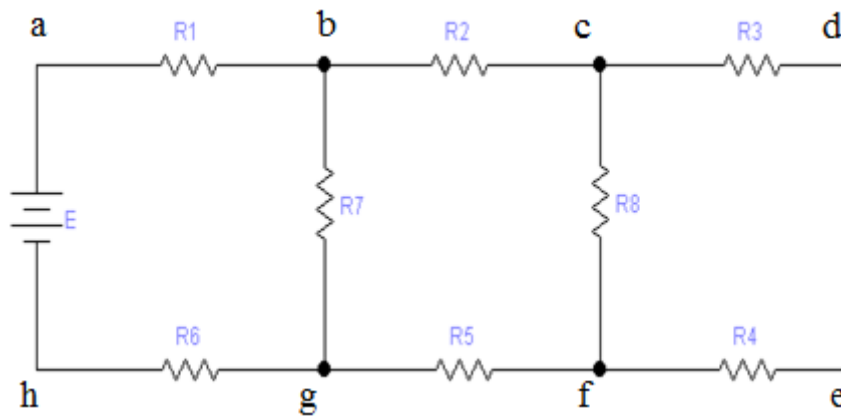


Figura 9-14 Questão 8

9. Verifique a Lei das Malhas para a malha abgha do circuito da questão anterior. Verifique também a Lei dos Nós para o nó **b**.
10. Discuta o balanço de energia (potencial) da questão 8 para malha externa.

## Medida de Resistência

### OBJETIVOS

Com esta experiência pretende-se verificar as duas leis de Kirchhoff. Neste experimento, analisaremos fenômenos relacionados com cargas em movimento, isto é, o estudo das correntes e dos circuitos elétricos. Serão feitas algumas montagens introdutórias de circuitos elétricos, onde se realizarão medidas de parâmetros elétricos simples.

### MATERIAL UTILIZADO:

Painel com plugs para conexão de circuitos (bancada); Resistores e cabos de ligações; Miliamperímetros DC; Fonte de tensão DC; Multímetro analógico e digital.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### *Medindo a Tensão*

1. Monte o circuito como está indicado na **Fig.9-15**. (Observe a polaridade ao ligar o voltímetro). Antes de fechar o circuito certifique-se com o professor ou o monitor se está correto. Por medida de precaução, coloque inicialmente a chave seletora do voltímetro na posição de calibre máximo. Se o deslocamento do ponteiro for insuficiente, passe para o calibre imediatamente inferior, repetindo, este procedimento até chegar ao calibre que dê um bom deslocamento, mas **sem que o ponteiro ultrapasse a escala** (o que iria danificar o instrumento). Leia o valor da tensão medida e anote-a em uma tabela.

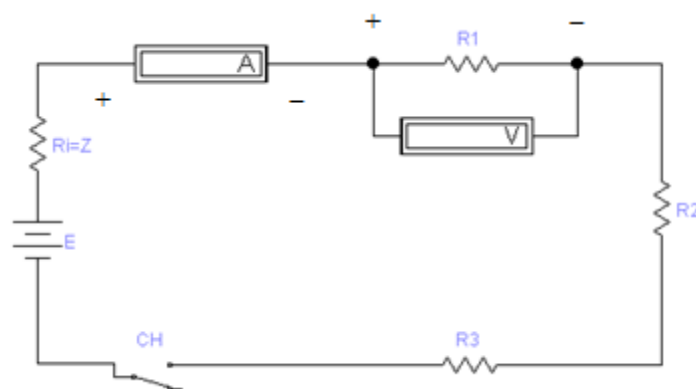


Figura 9-15 Circuito para medir tensão

$$R_1 = 820 \, \Omega$$

$$R_2 = 1,8 \, \text{K}\Omega$$

$$R_3 = 2,2 \, \text{K}\Omega$$

$$E = 10 \, \text{V}$$

2. Meça a diferença de potencial sobre cada resistor.

	R1	R2	R3
$V_{\text{ESPERADO}} V_E$ (V)			
$V_{\text{MEDIDO}} V_{\text{MED}}$ (V)			
$\delta \%$			

Tabela 9-1

### Medindo a Corrente

3. Monte o circuito da **Fig.9-15** sem completá-lo. A chave seletora do amperímetro deve estar colocada inicialmente no maior calibre disponível. Antes de fechar o circuito certifique-se com o professor ou o monitor se está correto. Depois de fechado o circuito, leia o valor da corrente indicada pelo deslocamento do ponteiro. Se o ponteiro não se deslocou, ou se deslocou tão pouco que a leitura ficou muito difícil, vire a chave seletora para o calibre imediatamente inferior. Repita este procedimento até achar o calibre que dá maior deslocamento possível **sem que o ponteiro ultrapasse a escala**. Este procedimento é indispensável para proteger o equipamento.

4. Meça a corrente que percorre o circuito.

Corrente Esperada $I_E$	
Corrente medida $I_m$	
Desvio percentual $\delta \%$	

Tabela 9-2

5. Repita os procedimentos anteriores para três resistores iguais.

6. Monte, agora, o circuito **Fig.9-16**.

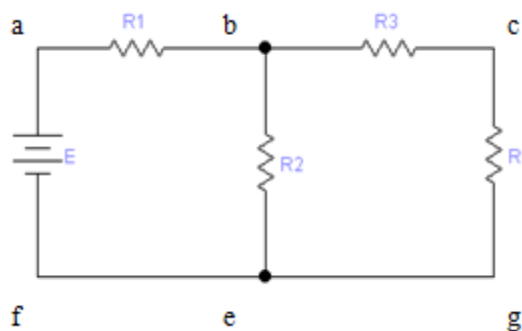


Figura 9-16 Circuito Medida da Resistência

$$E = 10,0 \text{ V}$$

$$R_1 = 2,2 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = 1,8 \text{ K}\Omega$$

$$R_3 = R_4 = 820 \Omega$$

7. Meça a diferença de potencial sobre cada resistor. (Lembre-se que o voltímetro deve ser ligado em paralelo com o resistor).

	VR1	VR2	VR3	VR4	I1	I2	I3	I4
$V_{\text{ESPERADO}} \text{ (V)}$								
$V_{\text{MEDIDO}} \text{ (V)}$								
$\delta \%$								

Tabela 9-3

8. Meça a corrente que atravessa cada resistor. (Lembre-se o amperímetro deve ser ligado em série com o resistor).

### Medindo a resistência interna (impedância) da Fonte

9. Introduza um Potenciômetro no circuito da **Fig.9-17** (inicialmente ele deve estar na posição de resistência máxima) e girando-o cuidadosamente, varie a corrente no circuito de modo a obter umas 10 medidas a intervalos iguais. Anote os valores de V e I sobre os terminais da fonte para cada medida obtida. Observação: Para medirmos a tensão da fonte devemos conectar o voltímetro em paralelo com a fonte.

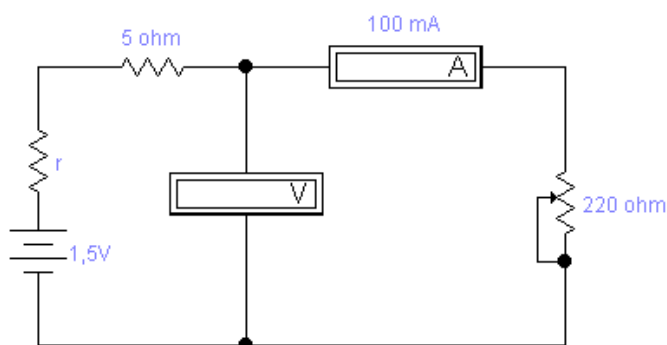


Figura 9-17 Circuito para Medir a Resistência Interna da Fonte

Corrente (mA)	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0	100,0
Tensão V(V)*										
Tensão V(V)**										

Tabela 9-4

\* Pilha pequena \*\*Pilha Grande



## OPCIONAL

1. Monte o circuito da **Fig.9-18**, com três resistências iguais. Calcule os valores de  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ . Os pontos a, b, c e d são as posições onde deve ser intercalado o amperímetro para medir, respectivamente  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ . A **Fig.9-19**, mostra como fazer estas ligações usando a prancheta com bornes de ligação.

2. Meça a corrente total do circuito  $I$  e as correntes parciais  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  sobre cada resistor.
3. Meça a tensão  $V$  que atua sobre os resistores.
4. Repita todo o procedimento anterior, para três resistores de valores diferentes.

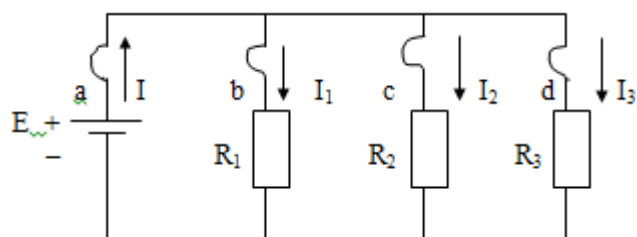


Figura 9-18 Circuito Opcional

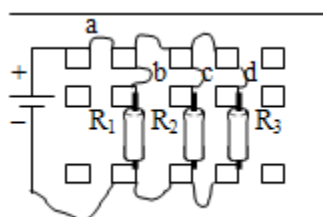


Figura 9-19 Esquema Opcional

	$VR_1$	$VR_2$	$VR_3$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
Valor Teórico							
Valor medido							
Desvio( $\delta\%$ )							

Tabela 9-5

<b>9.4. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>2,0</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental, Apresentação dos dados obtidos em tabelas e observações qualitativas do procedimento experimental.	1,0
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Calcule os valores teóricos da diferença de potencial sobre cada resistor e da corrente no circuito da <b>Fig.4-15</b> ;	1,5
d) Calcule o desvio percentual em relação aos valores teóricos de cada medida efetuada;	0,5
e) Apresente em uma tabela os resultados obtidos, calculados e desvios	0,5
f) Observando a <b>Fig.4-17</b> , diga quantas e quais são as malhas do circuito.	0,5
g) Repita os itens c, d e e para o circuito da <b>Fig.4-17</b> .	1,5
h) Determine o gráfico ( $V \times I$ ) da fonte.	2,0
i) Determine a partir do gráfico, a resistência interna (impedância) da fonte	0,5
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>1,0</b>
j) Verifique com as medidas efetuadas a “Lei das Malhas” para todas as malhas, tanto no circuito da <b>Fig.4-15</b> como no da <b>Fig.4-17</b> ; e a “Lei dos Nós” para o circuito da <b>Fig.4-17</b> .	0,25
k) A Lei das Malhas e a Lei dos Nós foram realmente verificadas? Explique possíveis discrepâncias.	0,25
l) Análise dos resultados (interpretação do gráfico, desvios percentuais, discrepância dos valores obtidos, fontes de erros, etc);	0,25
m) Comentários e sugestões e bibliografia.	0,25

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 10| Circuito RC

### 10.1. Introdução Teórica

#### 10.1.1. Fenômeno transitório

Um grande número de fenômenos elétricos é variável no tempo. Um exemplo mais comum seria a corrente alternada. A introdução de capacitores em fenômenos que variam com o tempo introduz o aparecimento de correntes transitórias, ou seja, que só existem em curtos espaços de tempo. O fenômeno transitório mais simples é o que aparece num circuito constituído de um resistor simples e um capacitor associados em série, denominado Circuito RC.

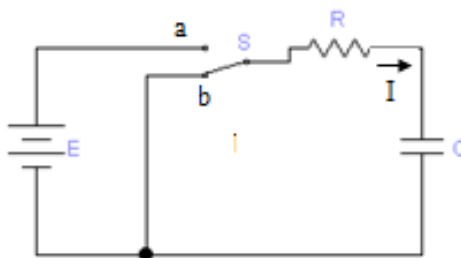


Figura 10-1 Circuito RC com chave

onde:

E: força eletromotriz.

S: chave: posição a, carregando o capacitor.

posição b, descarregando o capacitor.

R: resistor Ôhmico.

I: corrente transitória.

C: capacitor.

Quando a chave S estiver na posição a, o capacitor está sendo carregado e quando estiver na posição b, o capacitor descarrega-se.

#### 10.1.2. Carregando o capacitor

Considere um capacitor inicial descarregado, isto é, em cada placa, o número de cargas positivas é igual ao número de cargas negativas, fazendo com que haja equilíbrio eletrostático entre as placas, **Fig.10-2(b)**. Ao ligarmos a chave na posição a, a força eletromotriz fará com que os elétrons saiam da placa superior e se dirijam à placa inferior através do fio, de modo que após certo tempo a placa superior tenha cargas positivas em excesso, isto é, fica carregada positivamente com carga  $+q$ . Consequentemente, a placa inferior fica carregada negativamente com carga  $-q$ , devido ao acúmulo de cargas negativas nesta placa, **Fig.10-2(c)**. Isto causa um campo

eletrostático ( $E$ ) entre as placas. Este movimento de cargas pode ser representado pela corrente  $I$  no sentido horário.

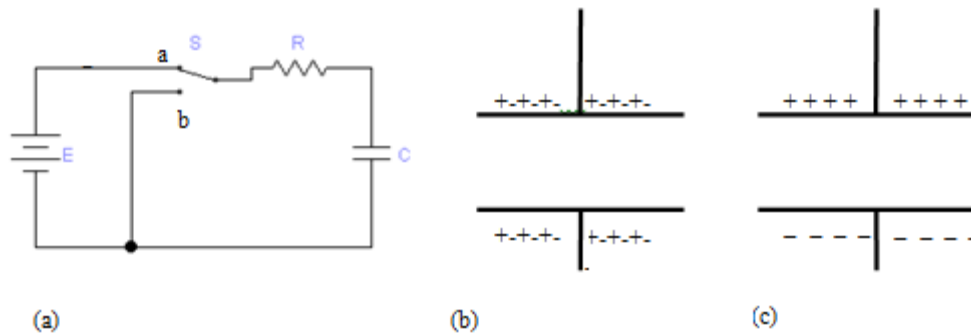


Figura 10-2 (a) Capacitor sendo carregado (b) Capacitor com carga zero (c) Capacitor com carga  $q$

No início é muito fácil a força eletromotriz introduzir cargas negativas na placa inferior, e este transporte é feito com rapidez, pois a única resistência a ser vencida é a do resistor  $R$  e a corrente no princípio é a maior possível.

$$I_o = \frac{V_r}{R} = \frac{E}{R}$$

A medida que a placa inferior carrega-se negativamente torna-se mais difícil introduzir nela cargas negativas. Portanto, a corrente diminui continuamente até que num determinado instante, a diferença de potencial entre as placas do capacitor torna-se igual a força eletromotriz ( $V_c = E$ ) e praticamente não haverá mais movimento de cargas ( $I = 0$ ). Podemos dizer que o capacitor está carregado.

$$q_o = C \quad V_c = CE$$

A energia fornecida pela f.e.m. (uma bateria) terá uma parte dissipada pelo resistor por efeito Joule ( $P = RI^2$ ), parte será armazenada pelo capacitor na forma de campo elétrico ( $E = q^2/2C$ ).

Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff ao circuito da **Fig.10-2(a)**, teremos:

$$E - V(t) - V_c(t) = 0 \quad \text{ou} \quad RI(t) + \frac{q(t)}{C} = E$$

Neste circuito a corrente é igual à taxa de aumento da carga no capacitor

$$I = \frac{dq(t)}{dt}$$

Logo:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = \frac{E}{R}$$

Equação 10-1 Equação diferencial de 1º ordem

A **Eq.10 -1** é denominada equação diferencial de 1ª ordem não homogênea, cujas condições de contorno são:  $q(0) = 0$  e  $q(\infty) = q_o = CE$ . A solução da **Eq.05-1** pode ser vista em qualquer livro texto de cálculo e é do tipo:

$$q(t) = q_0(1 - e^{-t/RC})$$

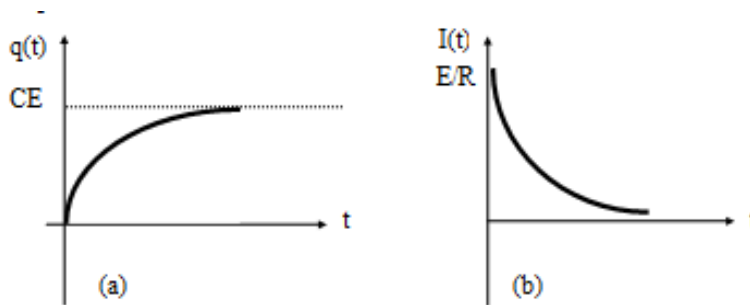
**Equação 10-2 Solução pela carga**

É mais fácil medir a corrente  $I$  do que a carga  $q$ . Por isso, geralmente a **Eq.10-2** é descrita em termos da corrente.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

**Equação 10-3 Solução pela corrente**

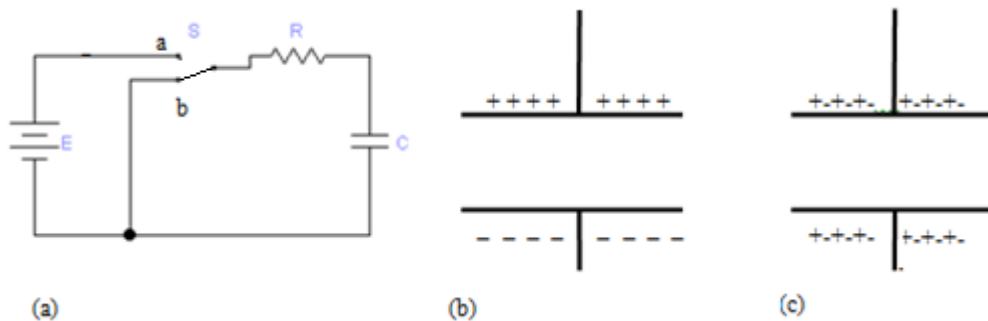
As curvas correspondentes às **Eq.10-2** e **5-3** estão representadas nas **Fig.10-3(a)** e **(b)**, respectivamente.



**Figura 10-3 (a) Carga de um capacitor (b) Corrente no resistor**

### 10.1.3. Descarregando o capacitor

Uma vez, estando o capacitor carregado, o que acontecerá ao desconectarmos a força eletromotriz, mudando a chave da posição a para a posição b? **Fig.10-4(a)**.



**Figura 10-4 (a) Circuito RC descarregando (b) Capacitor com carga q (c) Capacitor com carga zero**

Estando a f.e.m. desligada, as cargas voltarão ao equilíbrio com os elétrons caminhando da placa inferior para a placa superior, através do fio, fornecendo uma corrente no sentido anti-horário, até atingir a situação de equilíbrio ( $q = 0$ ), como mostra a **Fig.10-4(c)**.

Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff na malha fechada da **Fig.10-4(a)**, temos que:

$$0 = 0 + V_r(t) + V_c \text{ ou } RI(t) + \frac{q(t)}{C} = 0$$

A taxa de diminuição da carga no capacitor é igual à corrente que circula através do circuito.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Assim:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = 0$$

**Equação 10-4 Equação de 1ª ordem, ordinária e homogênea**

A **Eq.10-4** tem condições de contorno dados por:

$$q(0) = CE \text{ e } q(\infty) = 0$$

A solução da **Eq.10-4** é do tipo:

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC} = CE e^{-t/RC}$$

**Equação 10-5 Solução de Eq.10-4**

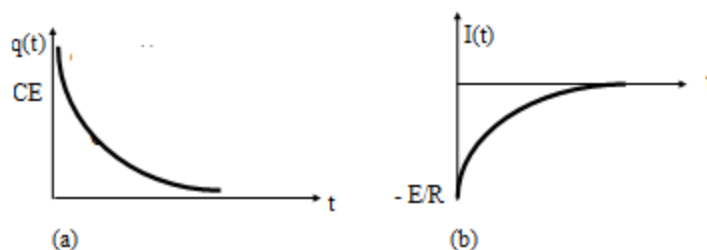
A corrente  $I(t)$  será, portanto:

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

**Equação 10-6 Corrente através da solução**

**Obs.:** O sinal negativo da **Eq.10-6** indica que a corrente é de sentido contrário ao indicado na **Fig.10-4(a)**.

Os gráficos qualitativos das **Eq.10-5** e **10-6** estão representados nas **Fig.10-5(a)** e **(b)**, respectivamente.



**Figura 10-5 (a) Carga de um capacitor descarregando (b) Corrente no resistor devido ao descarregamento**

Onde  $\tau=RC$ , é a constante de tempo, o intervalo de tempo necessário para a carga diminuir a  $0,37 Q_0$  do valor inicial. Depois  $\tau = 2RC$ , a carga  $Q = 0,135Q_0$  e este é comportamento com que a carga diminui exponencialmente (ou decaimento exponencial), bastante comum na natureza. Depois de certo tempo que corresponde a diversas constantes de tempo, a carga no capacitor será desprezível, então se diz no capacitor está completamente descarregado.

**Obs.:** O gráfico da **Fig.10-5(b)** pode ser traçado no semi-plano positivo desde que o sinal menos da **Eq.10-6** indica que a corrente é oposta a corrente de carregamento (inicial). A curva tem a mesma forma que a da **Fig.10.3(b)**.

### 10.1.4. Análise do circuito RC série por meio do multímetro

Experimentalmente, nós podemos medir a corrente que atravessa o circuito e a d.d.p., no resistor e no capacitor, simplesmente introduzindo um amperímetro no circuito e um voltímetro no resistor e no capacitor, conforme figura abaixo:

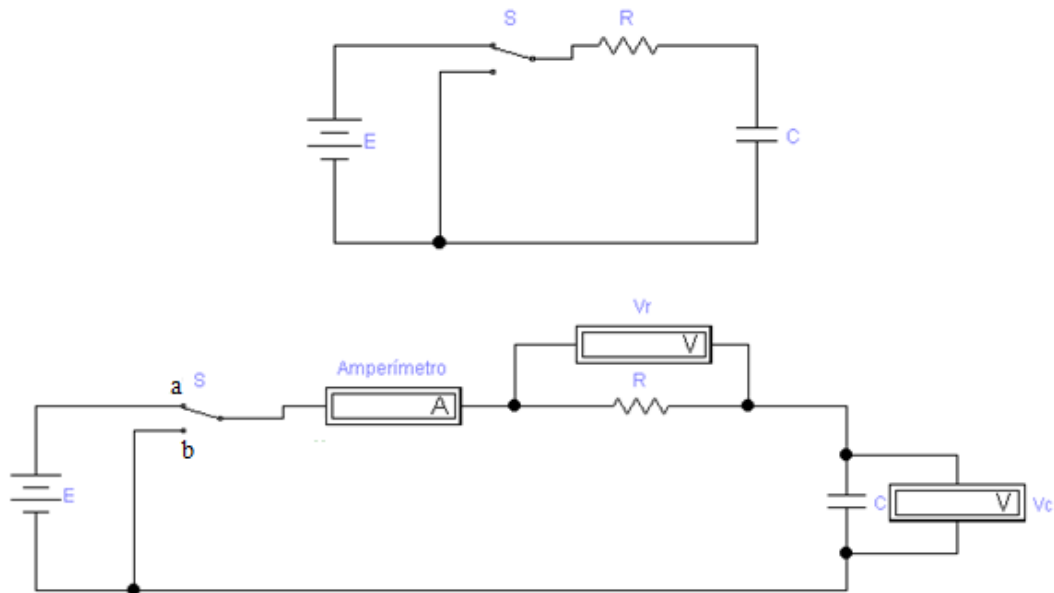


Figura 10-6 Esquema para análise

As d.d.p. do capacitor e do resistor podem facilmente ser obtidas das equações de carga e corrente, respectivamente.

**Carregamento:**

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{CE(1 - e^{-t/RC})}{C} = E(1 - e^{-t/RC})$$

Equação 10-7 Tensão no capacitor

$$V_r(t) = RI(t) = R \frac{E}{R} e^{-t/RC} = Ee^{-t/RC}$$

Equação 10-8 Tensão no resistor

**Descarregamento:**

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{CEe^{-t/RC}}{C} = Ee^{-t/RC}$$

Equação 10-9 Tensão no capacitor

$$V_r(t) = RI(t) = R(-\frac{E}{R}e^{-t/RC}) = -Ee^{-t/RC}$$

Equação 10-10 Tensão no resistor

Em qualquer instante do fenômeno de carregamento, a soma da d.d.p. através do capacitor ( $V_c$ ) e do resistor ( $V_r$ ) deve ser igual a d.d.p. da f.e.m.

$$V_c(t) + V_r(t) = Ee^{-t/RC} - Ee^{-t/RC} = 0$$

### 10.1.5. Comportamento transitório do circuito RC com o osciloscópio

O comportamento do circuito RC, durante a carga e descarga, pode ser estudado com um osciloscópio. Este equipamento, comum em laboratório, pode apresentar em sua tela fluorescente gráficos da variação do potencial com o tempo. A **Fig.10-7** mostra o circuito da **Fig.10-2** com ligações feitas para apresentar:

- (a) A diferença de potencial entre as placas do capacitor ( $V_c(t)$ ).
- (b) A diferença de potencial entre as extremidades do resistor ( $V_r(t)$ ).
- (c) A soma da d.d.p., através do capacitor e do resistor ( $V_c(t) + V_r(t)$ ).

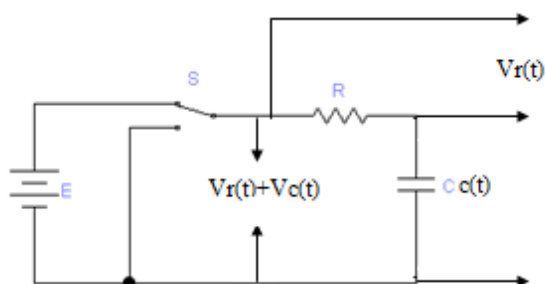


Figura 10-7 Esquema

A **Fig.10-8** mostra os gráficos de  $V_c(t)$ ,  $V_r(t)$  e  $V_c(t) + V_r(t)$  resultantes da chave S a ser alternadamente ligada nas posições a e b, permanecendo em cada posição em intervalos de tempo iguais.

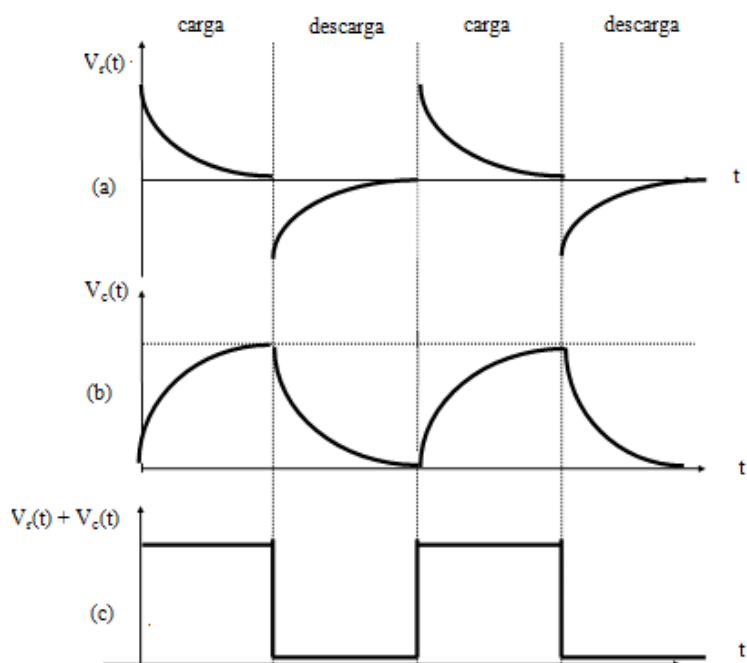


Figura 10-8 Carregamento e descarregamento

Os intervalos de carregamento no gráfico **Fig.10-8(b)** são representados por:



$$V_c(t) = E(1 - e^{-t/RC})$$

Os intervalos de descarregamento por:

$$V_c(t) = Ee^{-t/RC}$$

Observe que a corrente, como indicado pela **Fig.10-8(a)**, tem sentido contrário durante os intervalos de carga e descarga, de acordo com as **Eq.10-9 e 10-10**.

O gráfico da **Fig.10-8(c)** mostra a soma algébrica dos gráficos a e b. De acordo com a lei das malhas esta soma deve ser igual a E durante os intervalos de carga e nula na descarga, quando a bateria não está mais no circuito, isto é:

$$V_r(t) + V_c(t) = E \text{ no carregamento}$$

$$V_r(t) + V_c(t) = 0 \text{ no descarregamento}$$

### 10.1.6. Constante de tempo de um circuito RC através de um miliamperímetro

Denomina-se constante de tempo de decaimento ( $t_c = RC$ ) o tempo necessário para a corrente atingir 37% do valor inicial. Matematicamente, temos:

$$I(t) = I_0 e^{-t/RC}$$

em  $t = t_c = RC$  temos

$$I(t_c) = I_0 e^{-\frac{RC}{RC}} = \frac{I_0}{e} = 0,37I_0$$

**Equação 10-11 Constante de tempo de decaimento**

A constante de tempo é um dado importante, pois conhecendo-se o seu valor, pode-se avaliar a rapidez com que ocorre o descarregamento. Se  $t_c = RC$  possui um valor suficientemente alto, tal que o decaimento seja lento, é possível visualizar a diminuição da corrente usando um simples miliamperímetro.

Conhecendo a corrente para vários instantes de tempo pode-se construir um gráfico  $I \times t$ , o qual é uma exponencial. Para obter-se com facilidade o valor da constante de tempo, lineariza-se o gráfico usando um papel mono-log ou plotando um gráfico de  $(\ln I) \times t$  em papel milimetrado.

A linearização pode ser obtida, aplicando-se logaritmo neperiano em ambos os membros da equação de corrente. **Eq.10-12**.

$$\ln I_{(t)} = \ln \left( I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \right) = \ln I_0 + \ln e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln I_{(t)} = \ln I_0 - \frac{t}{RC}$$

**Equação 10-12 Linearização de 5-11**

A **Eq.10-11** é linear e do tipo  $Y = ax + b$ , cujo gráfico representa uma reta, onde:

$$Y = \ln I_{(t)} \qquad a = -\frac{1}{RC}$$

$$x = t \qquad b = \ln I_0$$

A representação gráfica no papel milimetrado será o eixo horizontal linear e o eixo vertical logarítmico natural:

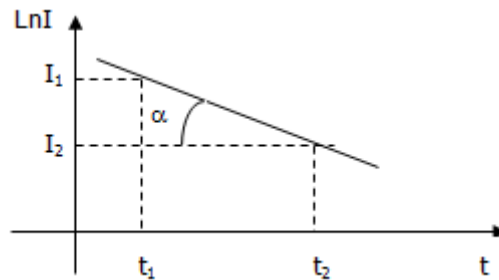


Figura 10-9 Gráfico do  $\ln(I)$

Pelo o gráfico traçado  $\ln I$  x  $t$ , pode-se achar a inclinação da reta:

$$K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\ln I_2 - \ln I_1}{t_2 - t_1},$$

sendo  $K$  uma constante menor que zero.

Pela **Eq.10-11**,

$$K = -\frac{1}{RC}$$

sendo  $K$  negativo, temos:

$$-K = -\frac{1}{RC} \Rightarrow RC = \frac{1}{K}$$

em segundos, obtido do gráfico, logo, o fator característico  $RC$  do circuito RC Série pode ser comparado com o valor teórico obtido diretamente pelo produto  $R \times C$ .

Já que o eixo  $y$  é uma função logarítmica podemos usar o papel mono-log, com objetivo de plotar diretamente os pontos obtidos resultando em um gráfico linear conforme **Fig.10-10**.

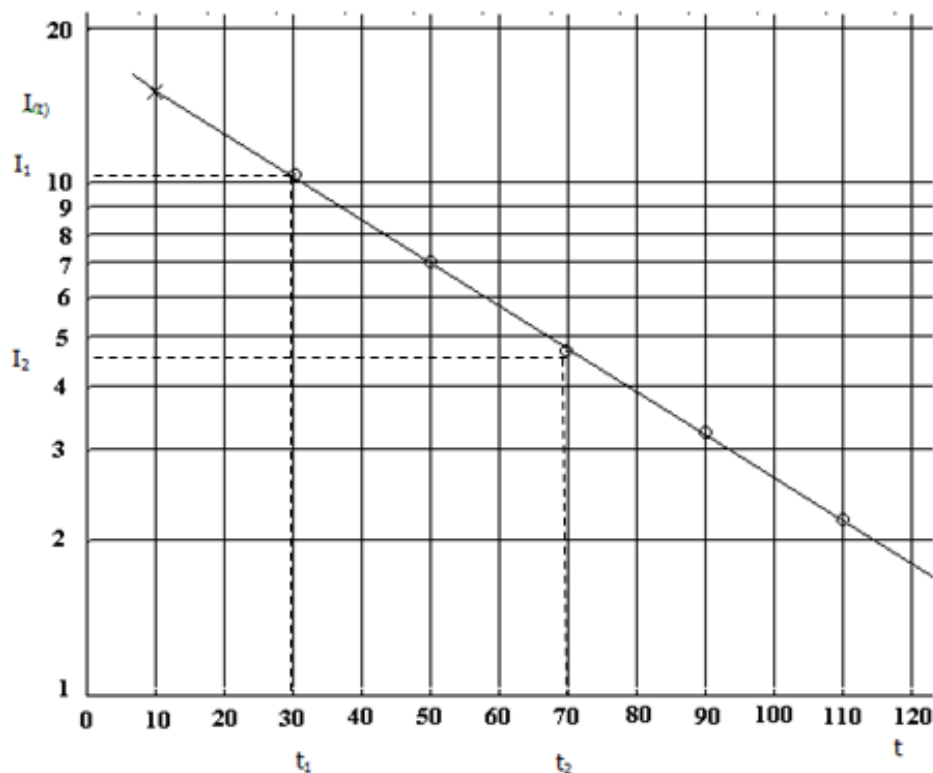


Figura 10-10 Papel mono-log na representação da equação

Sendo o papel mono-log comercial de base 10 e geralmente de quatro décadas, onde o eixo vertical é logarítmico e eixo horizontal é linear, obtém-se a inclinação escolhendo dois pontos quaisquer pertencentes à reta e calcula-se a inclinação da reta pela fórmula:

$$K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\ln I_2 - \ln I_1}{t_2 - t_1} ; K < 0$$

$$K = -\frac{1}{RC}, \text{ sendo } K \text{ negativo, temos:}$$

$$-K = -\frac{1}{RC} \Rightarrow RC = \frac{1}{K} \text{ em segundos.}$$

Obtendo-se assim o fator RC pelo gráfico, observe que foi necessário calcular os  $\ln I$ 's para os pontos escolhidos.

Pode-se comparar o valor de RC obtido graficamente com o valor teórico que representa simplesmente o produto R vezes C.

$$\ln I(t) = \ln I_0 e^{-t/RC} = \ln I_0 - \frac{t}{RC}$$

Equação 10-13 Valor do  $\ln(I(t))$

A **Eq.10-13** é linear do tipo  $Y = ax + b$ , onde

$$Y = \ln I_{(t)} \qquad a = -\frac{1}{RC}$$

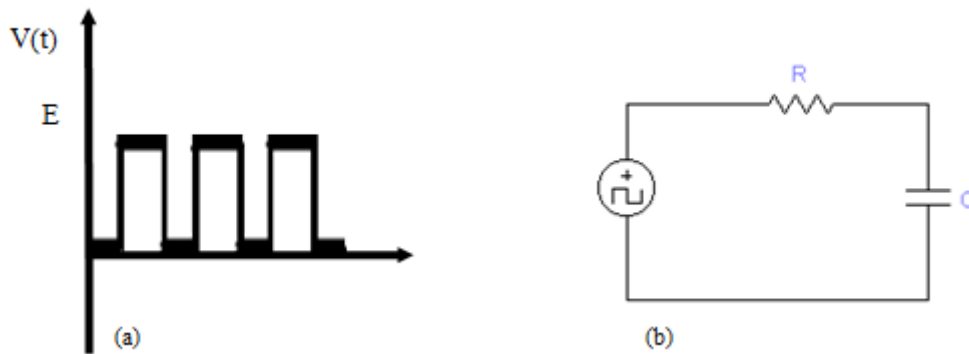
$$x = t \qquad b = \ln I_0$$

Assim traçando-se o gráfico  $\ln I$  vs  $t$ , pode-se achar o coeficiente angular da reta ( $-1/RC$ ) e assim a constante de tempo ( $t_c = RC$ )

### 10.1.7. Comportamento transitório do circuito RC por meio do osciloscópio

Quando o tempo de descarga é muito rápido para visualiza-lo através de um miliamperímetro, utilizamos um osciloscópio e um gerador de ondas quadradas.

Ligar periodicamente a chave S da **Fig.10-1**, nas posições a e b, alternadamente, significa introduzir um sinal periódico que ora fornece ao circuito uma ddp + E e ora uma ddp zero



**Figura 10-11 (a) Sinal de onda quadrada (b) circuito RC acoplado a um gerado de onda quadrada**

Quando o sinal é + E, o capacitor carrega-se (chave S na posição a) e quando o sinal é zero o capacitor descarrega-se (chave S na posição b).

Como seria possível determinar C com o osciloscópio?

Faça uma comparação da frequência do sinal quadrado de alimentação do circuito RC série com o fator RC.

Quando o tempo de descarga é muito rápido não podemos visualizá-lo através de um miliamperímetro, utilizamos um osciloscópio. O sinal de alimentação vem de um gerador de ondas quadradas. Veja a **Fig.10-12(a) e (b)** abaixo.

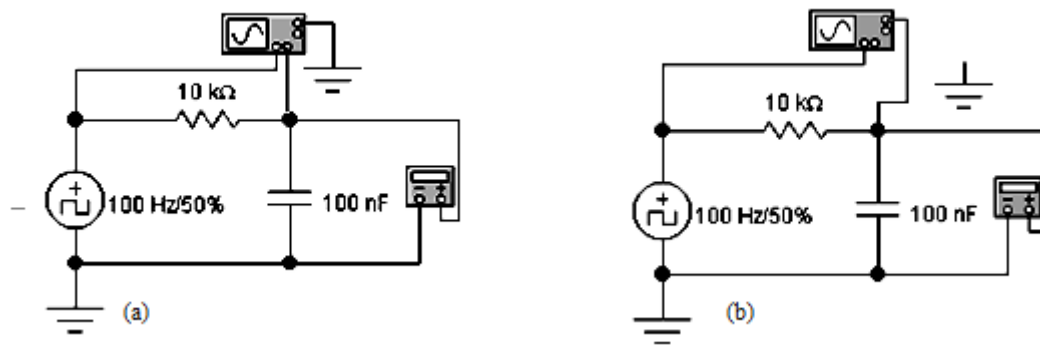


Figura 10-12 (a) O osciloscópio observa tanto o sinal gerador como também o sinal do capacitor (b) Observa o sinal do resistor

Os sinais analisados estão na **Fig.10-13**.

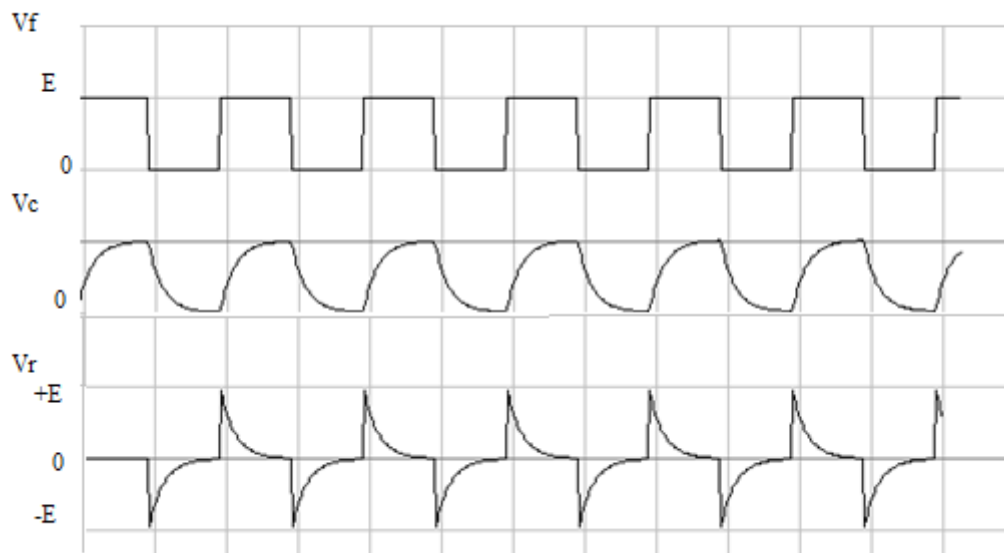


Figura 10-13 Sinais observados

Como seria possível determinar C com o osciloscópio? Faça uma comparação da frequência do sinal quadrado de alimentação do circuito RC série com o fator RC.

Para determinar o fator RC pela figura mostrada na tela de um osciloscópio, deve-se proceder:

Quando Carregamento:

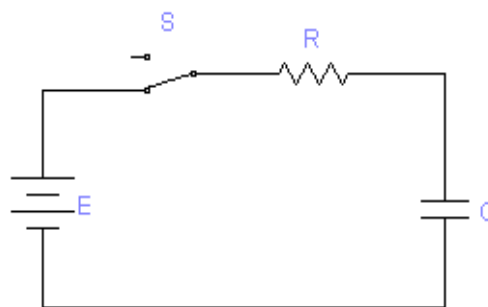
$$\tau_C = RC = 0,63A, \text{ Onde A é a amplitude sobre C.}$$

Quando Descarregamento:

$$\tau_C = RC = 0,37A, \text{ Onde A é a amplitude sobre C.}$$

## Circuito RC

1. Quais as diferenças, basicamente, de um resistor para um capacitor?
2. As cargas não podem atravessar o capacitor e, no entanto pode haver corrente no circuito RC. Não há nisto uma incoerência? Explique
3. Quais as características qualitativas e quantitativas da corrente num circuito RC série?
4. Que diferença há entre a corrente de carga e a de descarga no circuito RC série? Qual o significado especial que possui o tempo RC no circuito resistivo-capacitivo? Quais são os valores das tensões  $V_R$  e  $V_C$  no momento em que  $t = RC$ , durante o carregamento do capacitor? Quantas vezes o fator RC será necessário para a corrente no circuito atingir o valor mínimo?
5. No circuito RC série próximo, o capacitor está inicialmente descarregado e a chave S é fechada no instante  $t = 0$ . a) Qual a carga acumulada no capacitor em função do tempo? b) Qual a corrente no circuito em função do tempo? c) Qual a tensão ( $V_C$ ) no capacitor em função do tempo? d) Qual a tensão ( $V_R$ ) no resistor em função do tempo? e) Qual a potência fornecida pela bateria em função do tempo? f) Qual a potência dissipada no resistor em função do tempo? g) Qual a taxa em que a energia é acumulada no capacitor em função do tempo? Faça (plotar) os gráficos (a), (b), (c) e (d). h) Faça (plotar) os gráficos (e), (f), e (g) em função do tempo num mesmo gráfico. i) Achar a taxa máxima de acumulação de energia no capacitor em função da voltagem da bateria  $\varepsilon$  e da resistência R. Em que instante este máximo ocorre?
6. No descarregamento, o que é feito da energia  $U = q^2/2C$  acumulada no capacitor?
7. Para um circuito RC série o que pode-se afirmar com relação ao tempo de carga para um valor de R muito pequeno e R muito grande.



## Circuito RC

### OBJETIVOS:

Determinar a constante de tempo de descarga de um circuito RC; Analisar o comportamento transitório de um circuito RC no Osciloscópio.

### MATERIAL UTILIZADO:

Osciloscópio; Gerador de ondas quadradas e senoidais; Painel com plugs de conexão e cabas de ligação; Fonte de tensão; microamperímetro; resistor e capacitor.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### *Medição do Tempo RC*

1. Monte o circuito para carregar o capacitor, de acordo com a **Fig.10-14**. Observe cuidadosamente as polaridades da fonte, do amperímetro e do capacitor. Fechando o circuito, ligue a chave S na posição **a**, e observe no microamperímetro o comportamento da corrente.

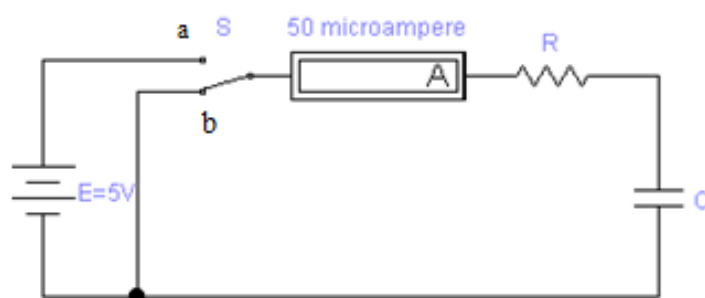


Figura 10-14 Esquema para montagem

2. No momento em que o ponteiro do microamperímetro passar pela posição da máxima corrente (corrente inicial  $I_0 = 50\mu A$ ), acione o cronômetro. A partir daí anote os valores da corrente de 10 em 10s, durante cerca de 150 segundos.

T(s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
I(mA)															
I(mA)															
I(mA)															
Média															

Tabela 10-1

3. Observe quantas vezes o fator RC, é necessário para a corrente no circuito estacionar (teoricamente cair a zero).

4. Desligue a chave da posição **a**, inverta as ligações do amperímetro e ligue a chave na posição **b** **Fig.10-14**. Observe no microamperímetro o comportamento da corrente de descarga. Anote os valores de corrente de 10 em 10 s.

T(s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
I(mA)															
I(mA)															
I(mA)															
Média															

Tabela 10-2

5. Descarregue o capacitor totalmente curto-circuitando seus terminais.

6. Por segurança, você poderá repetir várias vezes o procedimento a partir do item 2, usando os valores médios obtidos para análise e conclusões. O valor inicial da corrente deve ser o mesmo em todos os procedimentos, tanto de cargas como também de descargas.



<b>10.4. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, tabelas com os valores medidos, Objetivos e Procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Descreva detalhadamente a realização do experimento.	1,0
d) Com os valores medidos da tabela construa um gráfico de <b>I</b> em função do tempo <b>t</b> para carga e outro para descarga.	2,0
e) Observe que as curvas parecem descrever uma função do tipo exponencial. Faça a linearização da curva que descreve o carregamento, plotando o gráfico de <b>ln(I) x t</b> em papel milimetrado ou plotando o gráfico <b>I x t</b> em papel mono-log. Observe a equação 11 da apostila.	2,0
f) A partir do gráfico obtenha o valor de RC para o circuito. Compare com o valor obtido pelo produto RC.	1,0
g) Poderíamos utilizar o circuito da figura 1 e medir o valor da d.d.p., nos terminais do capacitor em função do tempo em intervalos regulares para carga e para descarga?	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>2,0</b>
h) Análise dos resultados (discrepâncias dos valores obtidos, desvios percentuais, fontes de erros, etc).	1,5
i) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

---

# 11| Osciloscópio

## 11.1. Introdução Teórica

### 11.1.1. Conceitos básicos

O osciloscópio, construído em 1897 pelo físico alemão BRAUN, é um dos mais aperfeiçoados e versáteis instrumentos de medição. Ele consiste, basicamente, em um tubo de raios catódicos que possibilita entre outras coisas medidas de corrente e de tensão elétrica através das deflexões de um estreito feixe eletrônico. Na posição em que o feixe eletrônico incide sobre uma tela fluorescente, ele produz um ponto luminoso. Através dos deslocamentos deste ponto podem ser feitas medidas bastante precisas de tempo e de tensão, como também ser produzidos gráficos estabilizados de tensões periódicas.

O osciloscópio “torna visível” o sinal e possibilita a análise da sua forma, podendo a grosso modo ser considerado um aperfeiçoamento do multímetro, pois fornece indicações do comportamento de uma tensão ou corrente ao longo do tempo. É formado por circuitos que fazem com que um feixe de elétrons se deflexione, ou seja, se mova de acordo com o sinal nele injetado. O sinal é mostrado sobre uma tela fosforescente.

Existem fenômenos periódicos que não geram eletricidade, mas que podem ser transformados em sinais elétricos, os quais poderão ser analisados pelo osciloscópio. Em consequência, o osciloscópio encontra larga ação em muitas áreas em que nos deparamos com fenômenos periódicos. Basta pensarmos num motor em movimento, nas pulsações do coração ou do cérebro, nos sinais de transmissão em telecomunicações.

### 11.1.2. Diagrama básico

Os osciloscópios podem apresentar varias diferenças e inovações, mas todos eles são compostos basicamente de um tubo de raios catódicos e de vários circuitos associados, conforme mostra a **Fig.11-1**.

Os amplificadores de deflexão horizontal e vertical garantem que mesmo os sinais muito fracos consigam fazer com que o feixe seja deslocado de sua posição original. O gerador de base de tempo é responsável pelo tempo de varredura, desenhando a forma de onda em intervalos de tempo constantes. O tubo de raios catódicos possibilita a visualização, numa tela, da forma de onda do sinal que se quer analisar.

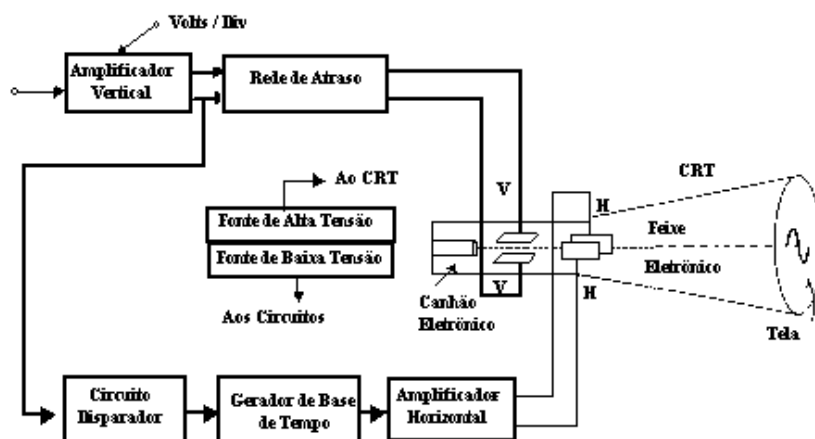


Figura 11-1 Diagrama de blocos de um osciloscópio básico

### 11.1.3. Tubo de Raios Catódicos (CRT)

O TRC, **Fig.11-2**, consiste de um tubo de vidro onde foi feito um vácuo da ordem de 0,000.000.1 mm Hg e dentro do qual existem os seguintes dispositivos:

- Um “canhão eletrônico” que cria um feixe concentrado de elétrons;
- Um sistema de placas defletoras: duas permitindo a deflexão do feixe de elétrons no sentido horizontal e duas no sentido vertical;
- Uma tela coberta internamente com uma substância fluorescente que irradia luz ao ser atingida por elétrons.

O canhão eletrônico é formado por um cátodo, uma grade, um filamento, um ânodo de focalização e um ânodo de aceleração.

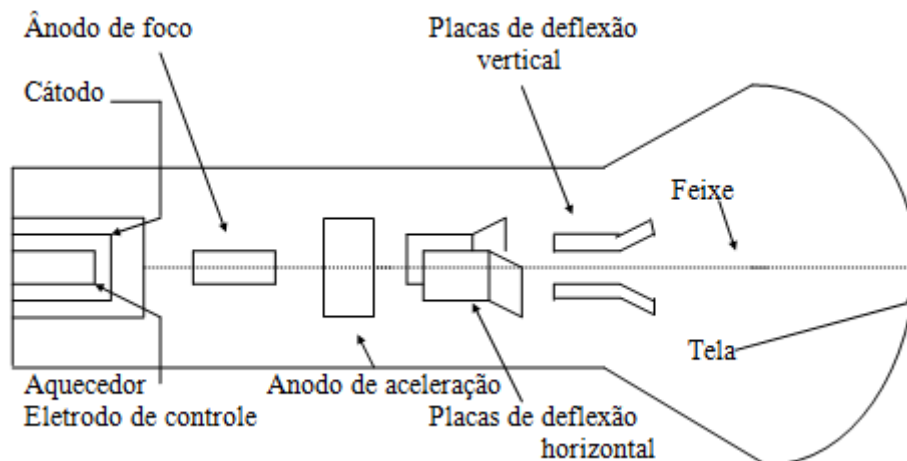


Figura 11-2 Diagrama básico de um TRC

Uma corrente elétrica passa através de um pequeno filamento, chamado de aquecedor, capaz de aumentar a temperatura do cátodo por efeito Joule o suficiente para que o mesmo possa emitir elétrons por emissão termo-iônica. O eletrodo de controle ou grade possui duas funções importantes. A primeira é tornar o feixe de elétrons praticamente pontual, por meio de um pequeno orifício circular localizado na sua extremidade. A segunda é controlar a intensidade, isto é, a quantidade de elétrons do feixe (ou seja, o brilho da imagem), o que é possível graças ao fato da grade ser polarizada negativamente em relação ao cátodo. Evidentemente, quanto mais negativa

for a tensão da grade menor será a quantidade de elétrons que atingirá os ânodos. É importante controlar a intensidade do feixe, pois se este for muito intenso a tela poderá ser “queimada”, acarretando a necessidade de se trocar o tubo. O ânodo nº 1, ou de foco, funciona como uma lente ótica; ele focaliza o feixe eletrônico por meio de um campo eletrostático entre ele e o cátodo. Procedente do ânodo nº 1, o feixe atinge o ânodo nº 2 (de aceleração), que possui uma diferença de potencial mais alta que a do primeiro.

Depois de ser acelerado pelo segundo ânodo, o feixe atravessa os dois pares de placas de deflexão, horizontal e vertical, que são montados perpendicularmente um ao outro, como mostra a **Fig.11-2**. O campo eletrostático de deflexão é produzido pela aplicação de uma diferença de potencial entre as duas placas de um mesmo par.

Observando a **Fig.11-3**, na qual as voltagens de deflexão são representadas por baterias (tensão DC), pode-se ver que o feixe eletrônico será atraído pela placa positiva e repelido pela negativa. Se uma tensão alternada é aplicada a um dos pares, o feixe irá descrever um movimento de vai-e-vem ao longo da tela com a mesma frequência do sinal aplicado. Se a frequência de variação deste sinal for muito grande, não se consegue mais ver o ponto se deslocando, mas sim um traço fixo, como se ele tivesse sido desenhado de uma única vez. Na realidade, o desenho na tela é formado e apagado várias vezes por segundo, na frequência do sinal, o que a vista não percebe por causa do fenômeno chamado de “persistência óptica”, inerente ao olho humano. Aplicando-se dois sinais independentes constantes aos dois pares de placas, o feixe eletrônico irá descrever um movimento que será o resultado dos efeitos de ambos sobre o feixe.

Se uma tensão alternada for aplicada à entrada vertical e a varredura interna estiver desligada o sinal aparecerá na tela conforme **Fig.11-4**.

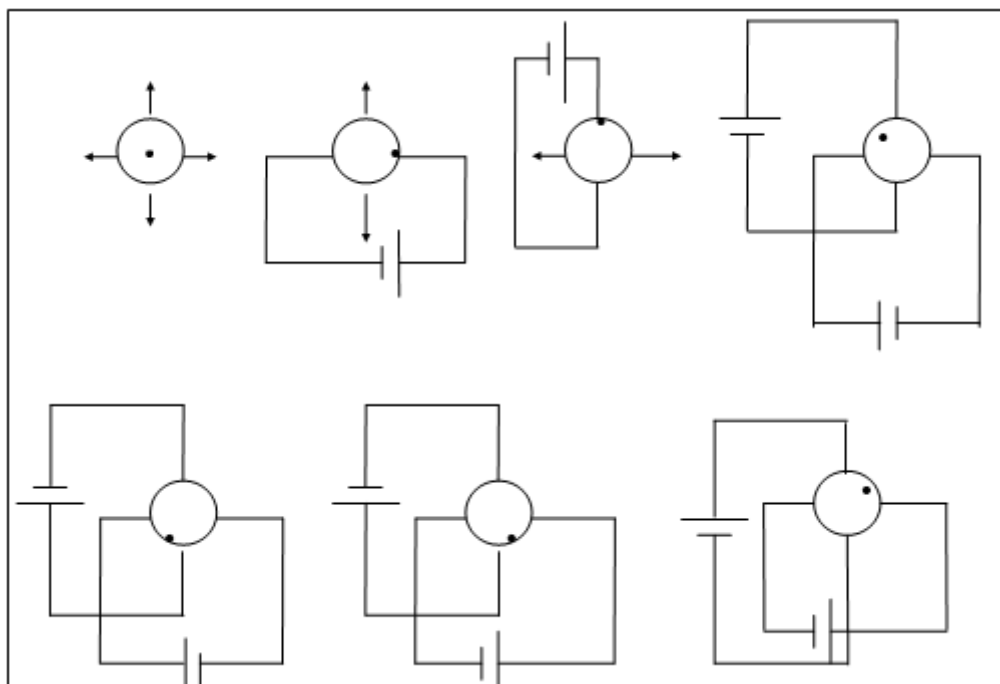


Figura 11-3 Deflexão do feixe eletrônico no TRC para tensão constante

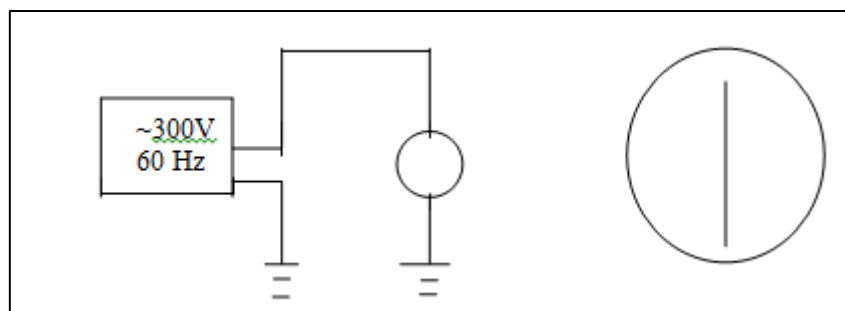


Figura 11-4 Deflexão do feixe no TRC para uma tensão alternada

#### 11.1.4. Gerador de base de tempo

O osciloscópio é um aparelho de medida eletrônico que mostra a relação entre dois sinais. Antes de mostrar esta relação, deve-se observar o efeito de uma diferença de potencial qualquer aplicada às placas defletoras. Se nenhuma tensão é aplicada a estas placas, o feixe de elétrons produzirá um ponto luminoso no centro da tela. Se uma tensão contínua for aplicada às placas horizontais, haverá um deslocamento do ponto luminoso (feixe de elétrons) no sentido horizontal, para uma nova posição estacionária. Procedendo analogamente em relação às placas verticais, o ponto luminoso deslocar-se-á no sentido vertical. Aplicando-se, por exemplo, às placas verticais um sinal variável e nada às placas horizontais, o ponto descreverá na tela uma trajetória vertical de vai-e-vem. Se a frequência deste sinal for alta, aparecerá na tela um segmento de reta vertical. Analogamente, se este sinal tivesse sido aplicado às placas horizontais, apareceria um segmento de reta horizontal.

Caso as tensões sejam aplicadas tanto às placas horizontais quanto às verticais, o ponto luminoso descreverá na tela certa trajetória que será a resultante da composição de dois movimentos, um no sentido vertical e outro no horizontal. Para se observar, então, certa forma de onda, devemos aplicar esta onda às placas verticais, ao mesmo tempo em que aplicamos às placas horizontais um sinal proporcional ao tempo. Assim, uma leitura na vertical fornece indicação da tensão e uma leitura na horizontal é chamada de varredura (“varrer” significa percorrer a tela de um extremo ao outro).

O ponto luminoso deve “varrer” a tela de um extremo a outro. Para isso é preciso que o feixe eletrônico vá de uma placa defletora à outra. Logo, é necessário que uma das placas esteja carregada positivamente para atrair o feixe e a outra carregada negativamente para repeli-lo. Para isso, provocamos uma mudança gradual na polaridade das placas, fazendo com que o feixe sofra um deslocamento contínuo de uma placa à outra. Esta variação de polaridade é proporcional ao tempo. Assim, após certo intervalo de tempo  $T$ , o ponto terá varrido toda a tela.

Para tornar a varrê-la mais uma vez, o ponto deve voltar o mais rápido possível a sua posição de origem. Então, as placas devem trocar de polaridade num tempo  $\Delta T$  muito menor do que ocorreu na varredura. Para que o ponto faça várias varreduras, é necessário que se descreva esse movimento de vai-e-vem inúmeras vezes. A forma de onda que representa este movimento é indicada na **Fig.11-5** e **11-6** e é chamada DENTE DE SERRA, devido a sua aparência.

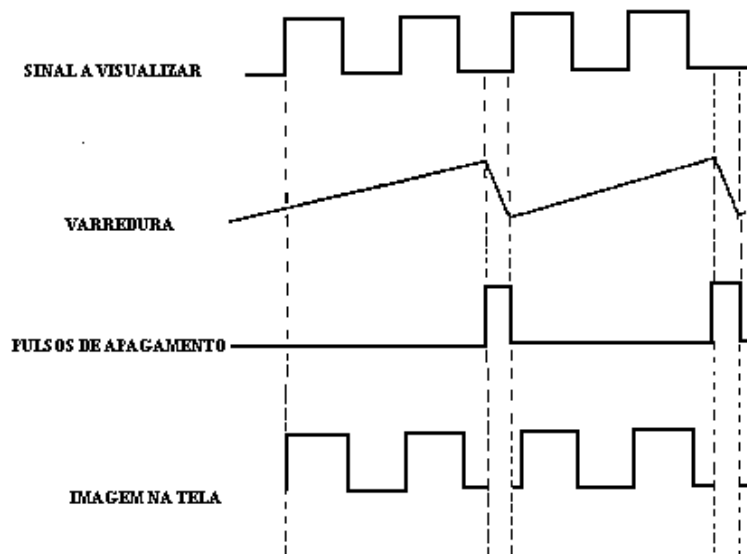


Figura 11-5 Varredura de um feixe eletrônico

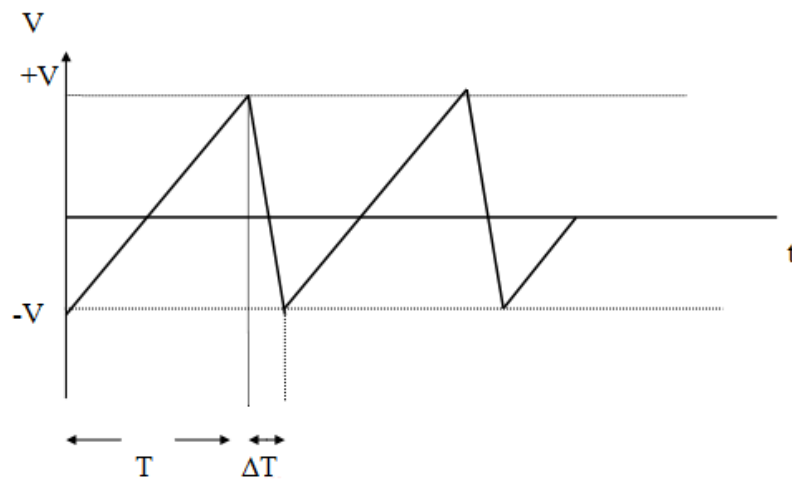


Figura 11-6 Sinal “dente de serra”

O circuito responsável para que a varredura seja feita sempre em intervalos de tempo constante, fazendo o potencial das placas horizontais variar linearmente com o tempo, é o GERADOR DE BASE DE TEMPO.

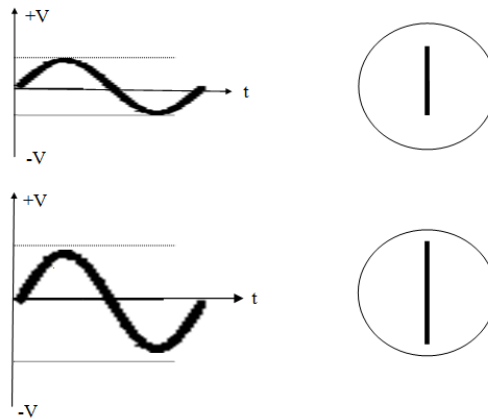


Figura 11-7 Deflexão do ponto na tela para diferentes amplitudes do sinal de entrada

Já foi visto que quando um sinal variável é aplicado nas placas verticais e nada na horizontal, o desenho visto na tela é uma reta vertical. O comprimento desta reta está relacionado com a intensidade do sinal, isto é, quanto mais intenso for o sinal mais o ponto aproxima-se das extremidades da tela e maior será o segmento de reta. Analogamente, se a amplitude do sinal for pequena, a trajetória de vai-e-vem do ponto será menor, resultando num desenho menor do segmento de reta **Fig.11-7**.

O osciloscópio compõe o sinal de entrada com a varredura, e a resultante desta composição é mostrada na tela, onde está impresso um sistema de eixos para auxiliar a análise da forma de onda **Fig.11-8**.

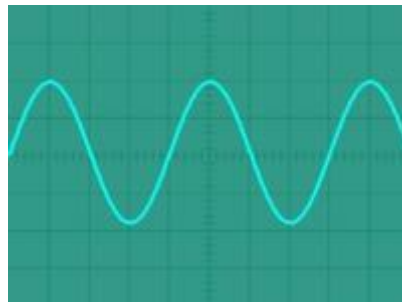


Figura 11-8 Tela do osciloscópio

### 11.1.5. Amplificador vertical

A maioria das aplicações do osciloscópio requer amplificadores verticais, pois a intensidade do sinal de entrada é geralmente insuficiente para produzir uma deflexão adequada do feixe de elétrons. Noutras aplicações, a tensão de entrada possui uma amplitude muito grande, não sendo possível visualizar a onda por completo; é acionado, então, o atenuador de entrada vertical, fazendo com que a onda seja representada numa escala menor. Como a amplificação não difere da atenuação a não ser pelo fator de amplificação (que é maior que 1 no primeiro caso e menor que 1 no segundo), dispomos na realidade de um “amplificador-atenuador” vertical.

O Atenuador tem a função de diminuir a amplitude do sinal de entrada quando este possuir um valor excessivo que ponha em perigo a fidelidade do sinal, ou seja, quando puder produzir alguma distorção. O circuito atenuador reduz o valor do sinal de entrada, geralmente, em 10, 100 ou 1000, vezes.

A atuação do atenuador está sujeito a uma chave seletora onde, dependendo da posição em que estiver, uma determinada atenuação será dada ao sinal de entrada. Por exemplo, na posição ( $X_2$ , por exemplo), é atenuado da centésima parte, e assim por diante, de modo que, mudando a posição da chave, muda o valor da atenuação. Normalmente, a atenuação do sinal é feita por divisores de tensão.

Uma vez atenuado o sinal é aplicado a etapa seguinte através de um capacitor que tem a finalidade de impedir a passagem da corrente contínua e cuja tensão de ruptura deve ser elevada, da ordem de 400V.



Figura 11-9 Ponta de Osciloscópio atenuadora

#### 11.1.6. Amplificador horizontal

Opera de modo semelhante ao amplificador vertical. A diferença fundamental entre eles é que, enquanto o comando vertical permite a leitura da diferença de potencial d.d.p., o comando horizontal, além de fazer o mesmo (não em todos os osciloscópios), possui um contato (Internal Sweep) com o gerador de base de tempo do próprio osciloscópio, o que permitirá a leitura de tempo e frequência.

#### 11.1.7. Aplicações do Osciloscópio

Como já se sabe, o osciloscópio é utilizado para medição de tensão, período e, de maneira indireta, da frequência, corrente, fase e outras variáveis que podem ser proporcionais a uma ddp, como campos magnéticos, som, luz etc. Apresenta uma importante propriedade, que é a de medir instantaneamente esses valores, diferentemente dos medidores tipo galvanômetro de quadro móvel ou mesmo dos medidores de ponteiro mais sofisticados, como o voltímetro eletrônico, que se caracteriza por ter uma impedância especialmente alta e boa sensibilidade. Como a inércia dos ponteiros não permite o seu deslocamento com a frequência do sinal a ser medido a não ser que esta seja muito baixa (o que não é interessante na prática), as medidas que tais instrumentos fornecem são apenas valores eficazes, ou seja, valores da tensão ou corrente constante que dissiparia a mesma quantidade de calor no mesmo intervalo de tempo que a correspondente tensão ou corrente alterada.

Todas as leituras devem ser feitas dentro da “área útil” da tela, isto é, da área coberta pela rede de coordenadas. Para isto o osciloscópio dispõe dos controles de posição, já estudados acima, permitindo que a forma de onda seja deslocada para cima ou para baixo (controle de posição vertical) ou para a esquerda e a direita (controle de posição horizontal). Esses controles são importantes para a adequada centralização da onda a ser observada, permitindo inclusive posicionar “pontos importantes” da onda em relação às graduações da tela, como é o caso para leitura de períodos ou frequências.



### 11.1.8. Manuseio do Osciloscópio

Para se fazer bom uso do osciloscópio é necessário conhecer primeiro os comando de ajuste do feixe. Os osciloscópios em geral possuem quatro grandes blocos de comando:

#### A - AJUSTE DO FEIXE

**1) POWER** - On/off (Liga/Desliga) - Tecla que liga e desliga o osciloscópio a rede elétrica.

**2) INTENSIDADE** - Ajusta o brilho do ponto ou traço luminoso, atuando no potencial da grade de controle. Não deve permanecer ajustado para um brilho forte demais, pois isto danificaria a tela.

**3) FOCO** - Ajusta o ponto ou traço luminoso na sua melhor definição. Atua no potencial do anodo.

**4) POSIÇÃO VERTICAL** - Ajusta a posição do ponto no sentido vertical por meio de uma variação da ddp constante aplicada as placas defletoras verticais.

**5) POSIÇÃO HORIZONTAL** - Ajuste a posição do ponto no sentido horizontal, por meio de uma variação da ddp constante aplicada as placas defletoras horizontais.

#### B - COMANDO VERTICAL

**1) ENTRADA** - É constituído de um conector BNC cuja parte central é a entrada do sinal, e a parte externa esta) ligada ao sistema de terra ou massa do osciloscópio.

**2) AMPLIFICAÇÃO (VOLTS/DIV)** - Ajusta volts por divisão na escala vertical, amplificando ou atenuando o sinal de entrada vertical na tela.

#### C - COMANDO HORIZONTAL

**1) ENTRADA** - É utilizada quando se quer compor o sinal vertical com um sinal externo que não seja a varredura interna do osciloscópio.

**2) AMPLIFICAÇÃO (VOLTS/DIV)** - Ajusta volts por divisão na escala horizontal, amplificando ou atenuando o sinal de entrada horizontal.

#### D - DISPARADOR DA BASE DE TEMPO

**1) PERÍODO DO DENTE DE SERRA (SWEEP) (SEG/DIV):** O dente de serra, gerado no interior do próprio osciloscópio, é o sinal periódico responsável pela deflexão horizontal e uniforme no tempo. A medida em tempo/divisão é o tempo em que o ponto luminoso, deslocando-se com velocidade constante, percorre uma divisão na direção horizontal. As taxas de varredura indicam as escalas de tempo disponíveis sobre o eixo x; quando as alteramos estamos modificando o período do dente de serra e consequentemente o tempo gasto para o ponto “varrer” um quadrículo.

**2) MODO DE GATILHAMENTO (TRIGGERING MODE):** É a chave que permite selecionar o modo de operar o circuito que dá início a varredura horizontal. Há várias maneiras de obter o gatilhamento, sobre as quais não entraremos aqui em detalhes.

#### PARA MANUSEIO DO OSCILOSCÓPIO

Faz necessário:

Identificação dos controles do osciloscópio;

Verificação da atuação dos controles.

#### **IDENTIFICAÇÃO DOS CONTROLES**

Para qualquer modelo de OSCILOSCÓPIO deve-se

Identifique os controles e entradas listadas abaixo;

- 1- chave liga-desliga;
- 2 - controle de brilho;
- 3 - controle de foco;
- 4 - entrada(s) vertical(ais);
- 5 - chaves(s) de seleção do modo de entrada;
- 6 - chaves(s) seletora(s) de ganho vertical;
- 7 - controle(s) de posição;
- 8 - chave seletora da base de tempo;
- 9- ajuste fino da base de tempo;
- 10- controle(s) de posição horizontal;
- 11 - entrada de sincronismo externo;
- 12 - controles de sincronismo.

#### **OBTENÇÃO DO TRAÇO**

- Posicione a chave seletora de base de tempo em 1ms/div
- Coloque o controle de posição horizontal na metade do curso;
- Selecione REDE (ou LINE) na chave seletora de sincronismo;
- Selecione DUAL (ou CHOPPER) na seletora de modo vertical;
- Posicione os controles verticais dos dois canais na metade do cursor;
- Ligue o osciloscópio e ajuste os controles de brilho e de foco até obter um traço fino e nítido;

**OBSERVAÇÃO:** Aguardar 1min. para que o osciloscópio atinja a condição normal de trabalho. Deverão aparecer dois traços horizontais na tela (traço1 e 2). Caso isso não aconteça movimente um controle de posição vertical de cada vez até localizar cada um dos traços.

- Movimente o controle de posição horizontal e observe o que acontece na tela;
- Mude a posição da chave seletora de base de tempo no sentido anti-horário e observe o que acontece com o traço na tela.

### - OPERAÇÃO TRAÇO DUPLO - TRAÇO SIMPLES

Movimente o controle vertical do canal 1 e observe o que ocorre,

- Movimente o controle vertical do canal 2 e observe a tela.
- Passe a chave seletora de modo de operação vertical para CH1 e observe o que ocorre a tela.

**OBSERVAÇÃO:** Como se pode ver, quando se seleciona CH1 ou CH2 temos osciloscópio traço simples.

## 11.1.9. Controles do Osciloscópio

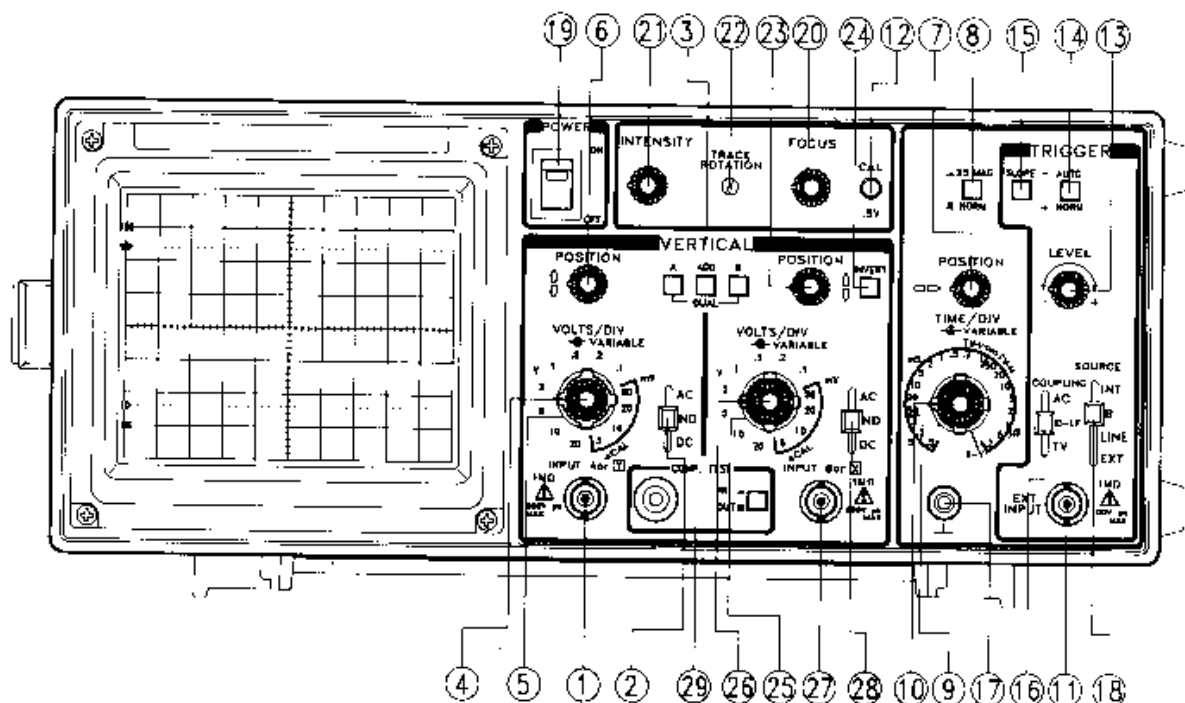


Figura 11-10 Controles e indicações do osciloscópio

### 1. VERTICAL INPUT

Terminal de entrada vertical para canal A.

### 2. AC-GND-DC

Chave de três posições que opera como se segue:

- Na posição **AC**, o componente DC do sinal de entrada do canal A é bloqueado.
- Na posição **GND**, abre a passagem do sinal de entrada à terra para o amplificador vertical. Isto provém a linha de base zero, posição que pode ser usada como referência na medição do sinal.
- Na posição **DC**, a entrada direta das componentes AC e DC do sinal de entrada do canal A está diretamente conectada ao amplificador e todos os componentes do sinal de entrada aparecem na tela.

### 3. **MODE**

- **CH-A:** Somente o sinal de entrada da canal A é mostrado na tela.
- **CH-B:** Somente o sinal de entrada da canal B é mostrado na tela.
- **DUAL:** Quando as chaves A e B são pressionadas, os sinais do canal A e do canal B são mostrados na tela simultaneamente, independente dos sinais.
- **ADD:** Os sinais do canal A e do canal B são somados.
  - No alcance de 0.5 s/DIV até 1 ms/DIV, ambos os canais são cortados em torno de 200 KHz.
  - No alcance de 0.5 s/DIV até 0.2  $\mu$ s/DIV, ambos os canais são ligados alternadamente.
- **ADD:** Sinais **CH-A** e **CH-B** são adicionados pressionando a tecla 23 **INVERT**, o modo SUB está ativado.

### 4. **VOLTS/DIV (fino)**

Amplificador vertical do canal A, para operação normal o controle deve está na posição CAL(girando no sentido horário). O mesmo serve como atenuação do eixo Y e ajuste fino.

### 5. **VOLTS/DIV**

Atenuador vertical para canal A. Ajusta a sensibilidade do canal vertical.

A escala é graduada em tensão por divisão (DIV). A tensão calibrada é indicada quando a **VARIABLE** (variação) está plenamente girado no sentido horário na posição CAL. Seleccionável a um alcance de 12 calibrações a partir de 5 mV/DIV até 20 V/DIV.

### 6. **VERTICAL POSITION**

Ajuste na posição vertical para canal A.

### 7. **HORIZONTAL POSITION**

Ajuste na posição horizontal

### 8. **PUSH X5 MAG**

Quando pressionado, **SWEEP TIME** é aumentado por 5.

### 9. **SWEEP TIME/DIV**

Seletor do controle horizontal. Selecciona tempo de varredura. Calibre de 0.2  $\mu$ s/DIV a 0,5s/DIV em 20 passos de calibrações. Na posição X-Y é possível fazer a composição do canal A e do canal B, para isso gira-se o controle time/div no sentido horário.

### 10. **SWEEP TIME/DIV VARIABLE**

Ajuste fino do tempo de varredura. Para operação normal, o controle deve está na posição CAL (girando no sentido horário).

### 11. **EXT. TRIG**

Entrada para sinal de gatilho externo.

### 12. **CAL**

Terminal de calibragem de tensão. Calibração de tensão é 0.5 V<sub>p-p</sub> de 1 KHz de ondas quadradas.

### 13. TRIGGERING LEVEL

O controle LEVEL ajusta o sincronismo para determinar o ponto de início do sinal visualizado. O controle para operação normal deve ser colocado entre os níveis – (menos) e + (mais).

### 14. PUSH AUTO

Pressionando o botão LEVEL em sua direção, auto-sweep é efetivada. O sinal é estabelecido no estado de free-running mesmo que nenhum sinal de entrada seja aplicado, com linhas de traço no TRC.

### 15. SLOPE +, –

(+) é igual ao ponto mais positivo do gatilho e (–) é igual ao ponto mais negativo. O botão liga/desliga seleciona a inclinação positiva ou negativa. A varredura é gatilhada sobre a inclinação para negativo da forma de onda sincronizada com o controle puxado.

### 16. COUPLING

Chave de três posições; seleciona o acoplamento para sinal de gatilhamento sincronizado.

- **AC**: o gatilho é acoplado no AC. Bloqueia a componente DC do sinal de entrada, a posição mais comumente usada.
- **HF REJ**: Filtro passa-baixa que corta a composição RF do sinal sincronizado.
- **TV**: A composição de sinal de TV ou Vídeo é facilmente engatilhada.
- **SWEEP TIME/DIV** seleção TV-V (50  $\mu$ s~0.1 ms) ou TV-H (50  $\mu$ s~0.2  $\mu$ s).

### 17. GND

Terminal terra (chassi).

### 18. SOURCE

Seletor do sinal de sincronização.

- **INT**: Sinais do canal A e do canal B são gatilhados e determinado pela seleção do **MODE** vertical.
- **CH-A**: O sinal do canal é usado para gatilhamento, mas em sinais singulares, o canal escolhido pelo MODE, tem prioridade.
- **CH-B**: Sinal de **CH-B**. O resto é o mesmo do **CH-A**.
- **LINE**: A varredura é gatilhada pela linha de tensão da rede de 60 Hz.
- **EXT**: A varredura é gatilhada pelo sinal aplicado no **EXT TRIG**.

### 19. POWER SWITCH

Ligado ou desligado.

### 20. FOCUS

Controle de foco para obter um display em forma de ondas otimizadas.

### 21. INTENSITY

Ajuste o brilho para melhor visualizar os sinais.

### 22. TRACE ROTATOR

As ondas magnéticas da terra afetam os traços de linha. Rotacione isto com uma chave de fenda para uma melhor visualização dos traços de linha.

### **23. CH-B POSITION**

Canal B controle de posição vertical.

### **24. PUSH INVERT**

Quando pressionado, a polaridade vertical do canal B é invertida. Isto facilita a medição do SUB MODE no ADD MODE.

### **25. VOLTS/DIV**

Atenuador vertical para canal B. Ajusta a sensibilidade do canal vertical.

A escala é graduada em tensão por divisão (DIV). A tensão calibrada é indicada quando a **VARIABLE** (variação) está plenamente girado no sentido horário na posição **CAL**. Seleccionável a um alcance de 12 calibrações a partir de 5 mV/DIV até 20 V/DIV.

**26. VOLTS/DIV (fino)**– Amplificador vertical do canal B, para operação normal o controle de está na posição **CAL**(girando no sentido horário). O mesmo serve como atenuação do eixo Y e ajuste fino.

### **27. VERTICAL INPUT**

Entrada vertical para canal B.

### **28. AC-GND-DC**

Chave de três posições que opera como se segue:

- Na posição **AC**, o componente DC do sinal de entrada do canal B é bloqueado.
- Na posição **GND**, abre a passagem do sinal de entrada à terra para o amplificador vertical. Isto provém a linha de base zero, posição que pode ser usada como referência na medição do sinal.
- Na posição **DC**, a entrada direta das componentes AC e DC do sinal de entrada do canal B estão diretamente conectados ao amplificador e todos os componentes do sinal de entrada aparecem na tela.

### **29. COMP. TEST**

Selecione para mudar do modo de Osciloscópio para o modo de componente de teste. Para o teste de componente, ajuste o **SWEEP TIME/DIV (9)** para **X-Y** ajustando totalmente no sentido horário, e ambas as conjugações de mudança vertical **(2) (28)** para a posição **GND**.

### **30. Z AXIS**

Entrada externa de modulação de intensidade.

“Pode-se ser utilizado na composição tridimensional de imagem.”

### **31. FUSE HOLDER**

Um fusível de correta amperagem tem que estar no compartimento.

### **32. VOLTAGE SELECTOR**

Uma correta linha de tensão (corrente elétrica) tem que ser selecionada de acordo com a região onde o Osciloscópio será usado.

### **33. RECEPTACLE FOR AC LINE CABLE**

Jack de entrada do cabo de tensão.

### **TRIGGERING**

Geralmente, Osciloscópios de engatilhamento tem os seguintes circuitos para mostra formas de ondas estáveis na tela. Sinais de entrada verticais ou sinais

relacionados a números integrais é usado para pulsos de sinais Sync, que é usado como um sinal de engatilhamento. Este sinal estabiliza as ondas mostradas. Por outro lado, este engatilhamento tem que estar perfeitamente sincronizado com o sinal de entrada vertical, e todos os dispositivos tem que ser corretamente usados.

Este modelo tem 4 dispositivos para controlar o engatilhamento. Eles são **LEVEL**, **SLOPES**, **SYNC** e **SOURCE**.

#### **(SOURCES)**

Quando o sinal de entrada vertical está alimentando o circuito interno sync, este é chamado gatilho interno.

Quando o mesmo sinal ou número integral de sinal relativo é aplicado no circuito sync através da entrada EXT TRIG, este será referido como Gatilho externo. Neste modelo INT, o CH-A e CH-B da fonte são gatilhos internos.

O sinal interno de gatilho é amplificado no amplificador vertical, e o engatilhamento torna-se fácil.

**LINE:** A linha de onda de força AC é alimentada no circuito sync como uma fonte de engatilhamento.

**EXT:** Quando a fonte é mudada para EXT. torna-se um gatilho externo o qual tem três benefícios:

1. Sinais de engatilhamento não sofre nenhum efeito dos circuitos verticais.

EX: O nível de engatilhamento precisa ser reajustado quando os dispositivos VOLTS/DIV estão girados por causa da mudança de tensão da fonte sync. Nestes casos, a menos que a entrada de tensão do gatilho seja modificada, o engatilhamento é muito estável e livre de controles verticais.

2. O sinal de entrada pode ser facilmente atrasado pelo uso de função de atraso do gerador de pulso.

3. Sinal composto ou modulado pode ser facilmente engatilhado pelos sinais que compõem o sinal composto.

#### **(SYNC)**

Este seletor tem uma seleção de circuitos conjugados sync. Na posição AC, torna-se AC conjugado e o DC composto é isolado pela sincronização estabilizada. HF REJ tem um filtro de baixa passagem para eliminar barulhos de interferência RF para sincronização.

Para a posição de TV tanto vertical quanto horizontal, o sinal de isolamento sync trabalha para certificar que o sinal de engatilhamento da TV.

A seleção de TV-V e TV-H é feita pelo SWEEP TIME/DIV.

#### **(SLOPE)**

O seletor slope + – seleciona a fonte slope de sinal engatilhamento positiva e negativa.

Na TV sync, o ponto de engatilhamento para o aumento no tempo do sinal de crescimento e queda do pulso sync.

## **(LEVEL)**

Quando este dispositivo é pressionado, este se torna AUTO livremente sem o sinal de entrada para o nível de referência 0. Quando um sinal é aplicado a entrada, gire o dispositivo para um engatilhamento estável.

## **X-Y OPERATION**

Para alguns casos especiais, este equipamento é especialmente concebido para facilitar a aplicação X-Y. Simplesmente gire o seletor SWEEP TIME/DIV para CH-B. Então, todas as funções de CH-B trabalharão como amplificador horizontal enquanto o CH-A permanecerá como amplificador vertical.

## **CALIBRATED VOLTAGE MEASUREMENTS**

Tensões de pico, pico a pico, DC e de porções específicas de ondas complexas podem ser medidas com este instrumento, basta utilizar as entradas do canal A ou do canal B e observar o sinal. Para isso proceda da seguinte forma:

1. Ajuste o controle VARIABLE todo no sentido horário para a posição CAL, então ajuste o controle VOLTS/DIV para mostrar o sinal no tamanho ideal para serem observadas. Controles de posição vertical tem que estar ligados para obterem referência de divisão.

2. Para DC ou sinais complexos, ajuste o seletor de entrada para GND, e ajuste o controle da posição vertical para um nível de referência conveniente. Ajuste o seletor para DC e observe a quantidade de Deflexão. Uma tensão deflexiva positiva surgirá no sentido p/ cima. Uma tensão negativa irá defletir os traços para baixo. Para calcular a tensão lida, multiplica-se a deflexão vertical (por divisão) pelo selecionado na VOLTS/DIV.

### ***Obtenção do traço***

- Posicione a chave seletora de base de tempo em 1ms/div
- Coloque o controle de posição horizontal na metade do curso;
- Selecione REDE (ou LINE) na chave seletora de sincronismo;
- Selecione DUAL (ou CHOPPER) na seletora de modo vertical;
- Posicione os controles verticais dos dois canais na metade do cursor;
- Ligue o osciloscópio e ajuste os controles de brilho e de foco até obter um traço fino e nítido;

**Observação:** Aguardar 1min para que o osciloscópio atinja a condição normal de trabalho. Deverão aparecer dois traços horizontais na tela (traço1 e 2). Caso isso não aconteça movimente um controle de posição vertical de cada vez até localizar cada um dos traços.

- Movimente o controle de posição horizontal e observe o que acontece na tela;
- Mude a posição da chave seletora de base de tempo no sentido anti-horário e observe o que acontece com o traço na tela.



### ***Operação traço duplo - traço simples***

- Movimente o controle vertical do canal 1 e observe o que ocorre,
- Movimente o controle vertical do canal 2 e observe a tela.
- Passe a chave seletora de modo de operação vertical para CH1 e observe o que ocorre a tela.

**Observação:** Como se pode ver, quando se seleciona CH1 ou CH2 temos osciloscópio traço simples.

#### **11.1.10. A Medição de Tensão**

Os diferentes tipos de medidas de tensão são discriminados abaixo.

- Tensão de pico (ou amplitude); é a diferença de tensão entre o nível de referência e a crista da onda.
- Tensão de pico a pico; é a diferença de tensão entre dois picos sucessivos. Para a onda senoidal, seu valor é exatamente duas vezes o da tensão de pico.
- Tensão eficaz ou RMS (ROOT MEAN SQUARE); é o valor médio quadrático da tensão de pico. Seu valor, para uma onda senoidal é dado pelo valor de pico dividido por  $\sqrt{2}$ .

As medidas relacionadas à amplitude (ou tensão) são feitas sobre o eixo Y.

O controle do atenuador vertical é graduado em VOLTS/DIVISÃO, que indica quantos volts devem ser atribuídos a cada divisão vertical.

#### ***Contínua***

Faça a leitura da tensão no osciloscópio.

#### **Vcc = nº de divisões x posição da chave seletora de ganho vertical**

$$V = \text{____} \times \text{____} = \text{____} V$$

(Verifique com o multímetro se a tensão lida confere).

#### ***Alternada***

Para se efetuar a medida de uma tensão alternada, ou seja, a medida, de sua amplitude, deve-se proceder da seguinte maneira:

- Aplica-se a tensão à entrada vertical do osciloscópio;
- Situa-se o seletor de varredura na frequência igual ou submúltipla da tensão a se medir. Se a frequência de varredura é várias vezes inferior, temos na tela tantos ciclos quantas vezes seja superior a frequência do sinal em relação à de varredura.
- Estabiliza-se a imagem através do sincronismo.
- Quando se medem tensões alternadas mediante um osciloscópio, deve-se ter em mente que na sua tela aparecem valores máximos, ou de pico.

Se para calibração considerou-se uma tensão alternada de valor eficaz conhecido, a proporção de alturas dará o valor eficaz da tensão média mediante a expressão:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_m}{1,41}$$

Se a tensão medida for a de "pico a pico", quer dizer a tensão entre o máximo valor positivo e o máximo negativo, temos:

$$V_{ef} = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2}}$$

**Exemplo:** Medição de tensão alternada

- Faça os ajustes básicos do traço (brilho, foco, etc) posicionando a chave seletora de base de tempo em 5ms/div.
- Conecte a ponta de prova no canal seleccionado;
- Conecte o varivolt à rede elétrica. Posicione o cursor do varivolt de modo a obter-se a saída mínima (praticamente zero volts).
- Posicione a chave seletora de modo de entrada para a posição AC.
- Passe a chave seletora de ganho vertical para 5V/div.
- Passe a chave seletora de modo de entrada para a posição AC.
- Selecione REDE na chave de sincronismo.
- Conecte a ponta de prova aos bornes do varivolt;
- Movimente o cursor do varivolt até a metade do curso total;

*Determinação das tensões de pico a pico e eficaz*

Determine a tensão de pico a pico, a tensão de pico e a tensão eficaz da CA na tela.

$V_{pp} = \text{_____ V}; \quad V_p = \text{_____ V}; \quad V_{ef} = \text{_____ V};$

Meça a tensão CA eficaz na saída do varivolt com o multímetro.

$V_{ef} = \text{_____ V};$

#### **11.1.11. A Medição da Frequência**

O osciloscópio pode ser utilizado para determinação de frequência de um sinal elétrico, porque o período de uma CA é conhecido através do osciloscópio. Outra maneira de se determinar frequência com osciloscópio é através das "*Figuras de Lissajous*".

### ***Relação entre período e frequência***

Frequência (f) é o número de ciclos completos de um fenômeno repetitivo que ocorrem na unidade de tempo, ou seja, frequência é o número de ciclos completos por segundo. Sua unidade é o **Hertz (Hz)**.

Período (T) é o tempo necessário para que ocorra um ciclo completo de um fenômeno repetitivo, ou seja, período é o tempo de ocorrência de 1 ciclo, sua unidade é o **segundo (s)**.

A frequência e o período estão intimamente relacionados. A relação entre estas duas grandezas é dada pela equação:

$$f = 1/T$$

Esta equação mostra que, período e frequência são inversamente proporcionais e uma vez conhecido o período se conhece a frequência por cálculo

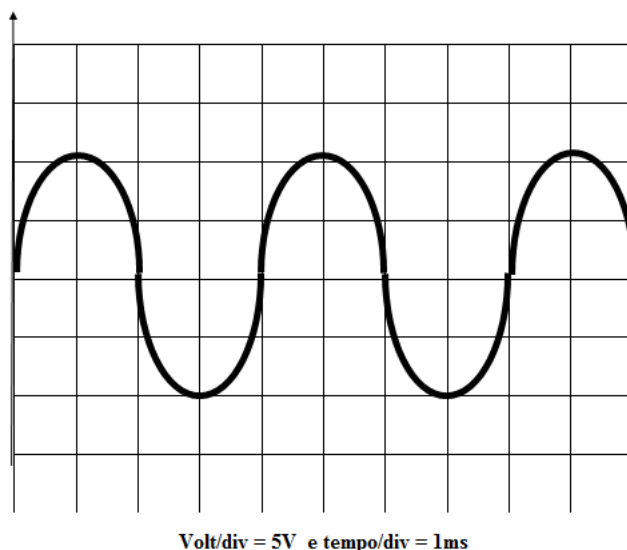
**Exemplo:** Se o controle do atenuador vertical estiver posicionado na marca de 5V/Div, cada uma das divisões no sentido vertical da tela corresponderá a 5V. A **Fig.11-11** ilustra um exemplo de aplicação prática para leitura de tensões com osciloscópio. O sinal senoidal visualizado na tela está localizado exatamente sobre 4 divisões verticais (de um pico para o outro).

Logo:

$$V_{PP} = 4 \text{ div} \times 5\text{V/div} = 20 \text{ V de Pico a Pico}$$

$$V_p = 2 \text{ div} \times 5\text{V/div} = 10 \text{ V de Pico}$$

$$V_{RMS} = V_{ef} = 10/\sqrt{2} = 7,07 \text{ V}$$



**Figura 11-11 Exemplo de leitura de tensão e período com o osciloscópio**

### ***Medição de período e frequência***

A varredura do feixe do osciloscópio é feita da esquerda para a direita da tela, a uma velocidade uniforme, permitindo que sobre o eixo horizontal possam ser feitas leituras de tempo (período, frequência do sinal). Esta velocidade de varredura horizontal

pode ser controlada pelo ajuste horizontal ou ajuste de base de tempo. Através deste controle pode-se selecionar a velocidade de varredura de acordo com a frequência do sinal a ser lido. O controle horizontal é graduado em segundos por divisão (s/div) ou em seus submúltiplos: ms/div e  $\mu$ s/div.

Na **Fig.11-11**, 1 ms/div, indicará que para cada divisão horizontal o deslocamento do feixe gasta 1 mseg. A leitura do período e da frequência do sinal indicado na tela do osciloscópio na **Fig.11-11** é determinado:

$$\text{PERÍODO} = \text{N}^\circ \text{ de divisões horizontais de 1 ciclo} \times \text{Tempo de uma divisão}$$

**Observação:** O número de divisões horizontais é obtido na tela do osciloscópio e o tempo de uma divisão da tela é dado pela posição da chave seletora da base de tempo.

$$T = 4\text{div} \times 1\text{ms/div} = 4\text{ms} \quad f = 1/T \Rightarrow f = 1/4 \times 10^{-3}\text{s} \Rightarrow f = 250\text{s}^{-1} \quad \text{ou} \quad f = 250 \text{ Hz}$$

### 11.1.12. O gerador de Funções

Um gerador de funções é um aparelho eletrônico utilizado para gerar sinais elétricos de formas de onda, frequências (de alguns Hz a dezenas de MHz) e amplitude (tensão) diversas. São muito utilizados em laboratórios de eletrônica como fonte de sinal para teste de diversos aparelhos e equipamentos eletrônicos.

Um gerador de funções deve poder gerar sinais senoidais, triangulares, quadrados, dente-de-serra, com sweep (frequência variável), todos com diversas frequências e amplitudes. Normalmente ele possui um frequencímetro e diversos botões de ajuste e seleção, além de conectores para saída do sinal.

Seu uso é muito ligado à utilização do osciloscópio, com o qual se pode verificar as suas formas de onda.



Figura 11-12 Gerador de funções

### 11.1.13. Cálculo de RC utilizando o osciloscópio

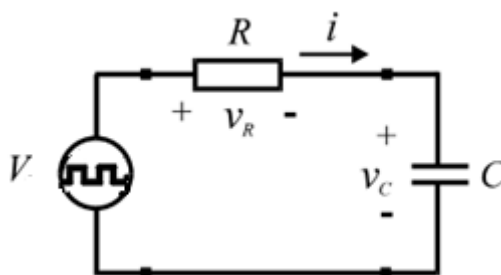


Figura 11-13 Circuito RC série de primeira ordem

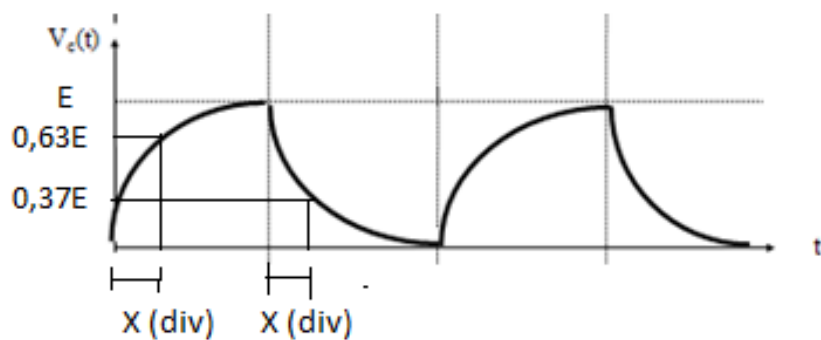


Figura 11-14 Forma de onda sobre o circuito para uma alimentação quadrada

Cálculo de RC para o carregamento

$$RC = X(\text{div}) \times \text{Posição do controle TEMP/DIV}$$

onde  $X(\text{div})$  corresponde a 63% da amplitude máxima

Cálculo de RC para o descarregamento

$$RC = X(\text{div}) \times \text{Posição do controle TEMP/DIV}$$

onde  $X(\text{div})$  corresponde a 37% da amplitude máxima

## Osciloscópio

1. Quais os componentes de um tubo de raios catódico TRC?
2. Explique a função dos dois pares de placas no interior do tubo de raios catódicos.
3. Um sinal de 1 KHz é aplicado à entrada vertical de um osciloscópio. Desenhe as imagens as seguintes frequências de varredura horizontal (supor o disparo da varredura no nível 0 V com inclinação positiva):
  - a. 1 KHz
  - b. 2 KHz
  - c. 500 Hz
4. Sobre a tela do osciloscópio está sendo apresentada uma onda senoidal em que a distância de um pico a outro é de  $A$  divisões verticais, e o período corresponde a  $B$  divisões horizontais. Se o amplificador vertical está em  $C$  volts/divisão, e o horizontal em  $D$  ms/divisão, encontre para cada caso a frequência e o período do sinal, a voltagem de pico, a voltagem de pico a pico e a voltagem média quadrática:
  - a.  $A = 2$      $B = 3$      $C = 5$      $D = 1$
  - b.  $A = 1$      $B = 1$      $C = 4$      $D = 2$
5. Qual é a diferença entre o controle volts/divisão e o controle tempo/divisão?
6. Uma onda quadrada medida em um osciloscópio tem amplitude de 650 mV. Se a escala do osciloscópio foi ajustada em 200 mV/cm, quantos centímetros corresponderão ao valor pico a pico do sinal?
7. Um sinal senoidal de frequência 100 Hz é aplicado a entrada vertical de um osciloscópio. Supondo que o controle de varredura horizontal esteja em 1 ms, desenhe a forma de onda que será visualizada.

## Osciloscópio

### OBJETIVOS:

Familiarizar-se com o manuseio e ajuste dos controles de um osciloscópio; Conhecer o princípio físico de funcionamento de um osciloscópio e utilizá-lo para medir tensão, período e frequência; Determinar as características de um sinal ondulatório.

### MATERIAL UTILIZADO:

Osciloscópio; Gerador de ondas quadradas e senoidais; Painel com plugs de conexão e cabas de ligação; Fonte de tensão DC; pilha fotovoltaica de fem de 1,5V; fios para ligação; cabos de ligação; Multímetro analógico; Multímetro digital; Resistores; Capacitores; Potenciômetro.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### *Medidas de Tensão*

1. Ligue o gerador de sinal senoidal, manipule o controle de saída para uma posição desejada. Meça com o multímetro a tensão de saída do gerador de sinal.
2. Ligue o osciloscópio.
3. Conectar a saída do gerador de sinal a entrada vertical do osciloscópio.
4. Meça a tensão de pico, tensão de pico a pico com o osciloscópio. Faça a conversão para tensão eficaz.
5. Repetir os itens 1, 3 e 4 para sinal de amplitude diferente.
6. Repetir os itens anteriores para onda quadrada e triangular.

(Obs. Se usar ponta de prova anote o valor do fator de atenuação).




SINAL	VOLT/ DIV	Nº DIV (VPP)	(VPP)	Nº DIV (VP)	(VP)	VEF= VRMS	VALOR (MULT.)	DESVIO
<b>SENOIDAL</b> 								
<b>TRIANGULAR</b> 								
<b>QUADRADA</b> 								

Tabela 11-1

$$\delta \% = \frac{|\text{VALOR MEDIDO} - \text{VALOR TEÓRICO}|}{\text{VALOR TEÓRICO}} \times 100\%$$

$V_P$  = nº de divisões para o pico vezes a indicação do controle Volts por divisões.

$V_{PP}$  = nº de divisões entre pico inferior ( $-V_P$ ) e pico superior ( $+V$ ) vezes a indicação do controle Volts por divisões.

### ***Medida do Período e da Frequência de uma Forma de Onda***

7. Aplique a forma de onda a entrada vertical do osciloscópio. Ajuste os controles para o aparecimento de três ciclos (se possível), no posicionamento adequado do controle de base de tempo. Meça a largura da forma de onda central e anote esta distancia na **Tab.11-1**. Anote também a posição da chave tempo/div (tempo/cm) e Volt/div (Volt/cm). Determine o período e frequência do sinal, anote a frequência do sinal aplicado, leitura do gerador de sinal.

8. Aplique outros sinais (variando a frequência do gerador de sinal), meça o período e determine a frequência do sinal.

Tipo de Sinal	Freq. prevista	Posição do controle Tempo/div	Larg. de um ciclo (cm)	Tempo de um ciclo(x)	Período do Sinal	Frequência Medida	$\delta_p \%$
SENOIDAL I	500						
SENOIDAL II	1000						
TRIANGULAR I	500						
TRIANGULAR II	1000						
QUADRADA I	500						
QUADRADA II	1000						

**Tabela 11-2**

$T$  = Nº de divisões para um período vezes a posição do controle tempo/div

### ***Observação e Medição do Tempo RC no Osciloscópio***

9. Para o circuito abaixo, esboce os gráficos observados, com o osciloscópio conectado: (Veja **Fig.10-13**).

- aos terminais da fonte;
- aos terminais do resistor;
- aos terminais do capacitor.



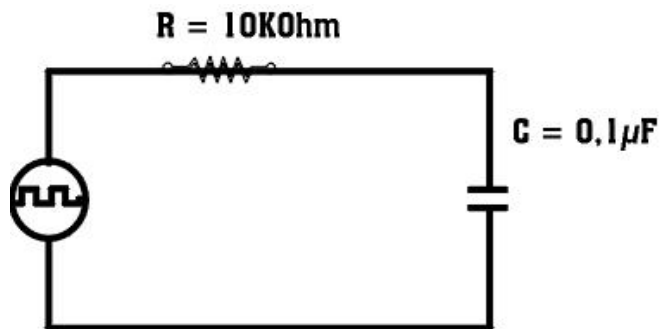


Figura 11-15 Circuito RC

10. Meça o valor do fator RC (constante de tempo) no osciloscópio e compare com o valor esperado (veja **Fig.10-13**).

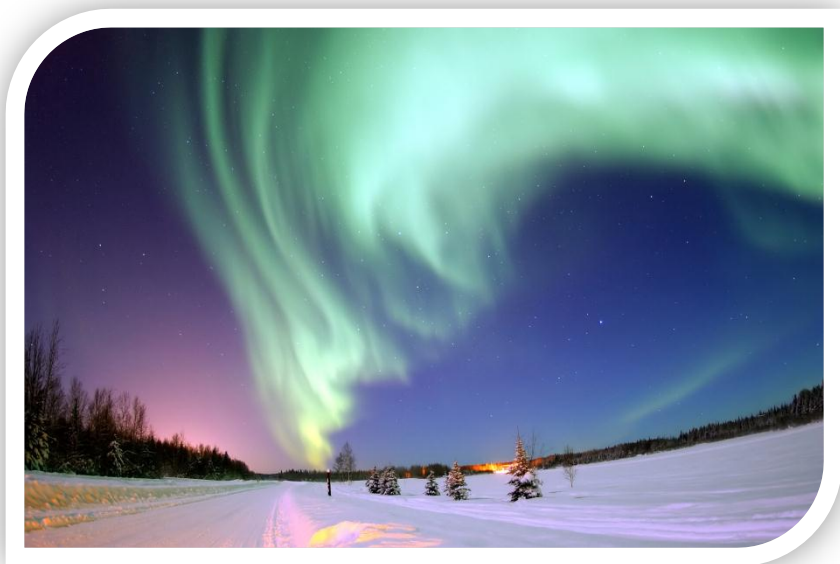
11. Modificando a amplitude do sinal de alimentação do circuito, observe o que acontece com as formas de onda das tensões  $V_R$  e  $V_C$ .

12. No lugar do resistor coloque um potenciômetro (resistor variável), por exemplo,  $47K\Omega$ , esboce as alterações que serão observadas na tela do osciloscópio, quando se gira o potenciômetro do menor para maior valor nos pontos indicados no item 9.

<b>11.4. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental, Diagrama do circuito; Formas das tensões esperadas.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Descreva como foi possível medir tensão com o osciloscópio ( $V_{PP}$ , $V_P$ e $V_{RMS}$ ). Compare os valores medidos com o multímetro com os valores medidos com o osciloscópio. Calcule os desvios.	1,0
d) Descreva como foi possível medir o período e a frequência de uma forma de onda com o osciloscópio. Compare os valores obtidos com os valores esperados (previstos). Calcule os desvios.	2,0
e) Apresente as formas das tensões observadas nos diversos pontos do circuito RC.	1,0
f) Qual a corrente inicial no circuito RC? E calcule $\tau=RC$ pelo osciloscópio.	1,0
g) Qual a corrente final no circuito RC (após o capacitor está totalmente carregado)? Explique, analisando as alterações, o comportamento das tensões para RC grande e RC pequeno.	1,0
h) As observações vistas no item anterior poderiam ser previstas?	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>1,5</b>
i) Comente os resultados obtidos com o osciloscópio. Explique eventuais discrepâncias em relação as formas de ondas observadas e as previstas no circuito RC.	1,0
j) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## Unidade 3: Magnetismo



O fenômeno apresentado na foto é a aurora polar. Este é um fenômeno óptico composto de um brilho observado nos céus noturnos nas regiões polares, em decorrência do impacto de partículas de vento solar e poeira espacial encontrada na via láctea com a alta atmosfera da Terra, canalizadas pelo campo magnético terrestre. Quando ocorre no polo norte é chamado de aurora boreal, por sua vez, se ocorre no sul é chamado de aurora austral. A aurora boreal pode aparecer

em vários formatos: pontos luminosos, faixas no sentido horizontal ou circular. Porém, aparecem sempre alinhados ao campo magnético terrestre. As cores podem variar muito como, por exemplo, vermelha, laranja, azul, verde e amarela. Muitas vezes aparecem em várias cores ao mesmo tempo. Em momentos de tempestades solares, a Terra é atingida por grande quantidade de ventos solares. Nestes momentos as auroras são mais comuns. Porém, se por um lado somos agraciados com este lindo show de luzes da natureza, por outro somos prejudicados. Estes ventos solares interferem em meios de comunicação (sinais de televisão, radares, telefonia, satélites) e sistemas eletrônicos diversos. Além do planeta Terra, podemos encontrar este fenômeno em planetas como Júpiter, Saturno e Marte.

### 12.1. Campo Magnético

Na antiguidade, há mais de 2000 anos, os gregos sabiam da existência de um tipo de pedra que atraía peças de ferro, a magnetita. Em 1269, Pierre de Maricourt conduziu experimentos sobre magnetismo e escreveu a primeira dissertação existente sobre as propriedades dos ímãs, contribuindo para discussão detalhada sobre a rotação livre da agulha da bússola; descobrindo posteriormente que todo ímã tem um polo norte e sul, em que polos iguais de dois ímãs se repeliam e polos diferentes se atraíam. Em 1600, Willian Gilbert descobriu que a Terra era um ímã natural com polos magnéticos, próximos aos polos norte e sul geográficos, já que em uma bússola a agulha imantada aponta na direção do polo sul de um ímã, o que é denominado polo norte da terra é o polo sul magnético.

Os Campos Magnéticos são produzidos por correntes elétricas, que podem ser correntes macroscópicas em fios, ou microscópicas associadas com elétrons em órbitas atômicas. A unidade no SI para campo magnético **B** é o Tesla.

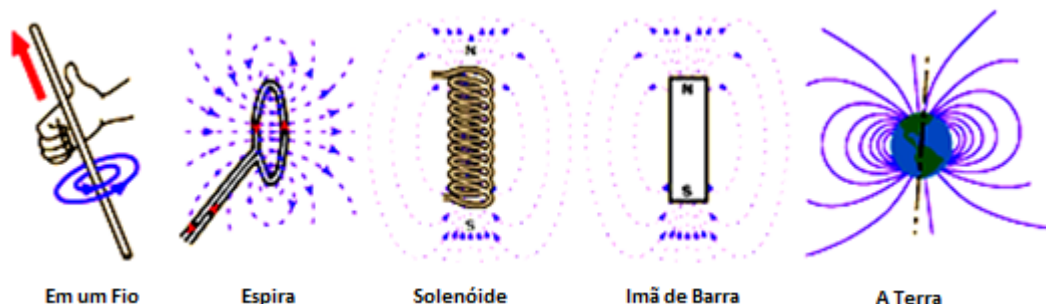


Figura 12-1 Exemplos de Campos Magnéticos

A unidade de **B** deve ser a razão entre as unidades de força, corrente e comprimento.

$$[B] = \frac{N}{\frac{C}{S}m} = \frac{N}{Am} = T(Tesla), \text{ no SI}$$

No CGS, a unidade de **B** é Gauss:  $1G = 10^{-4}T$ .

O instrumento de medida do campo magnético é chamado magnetômetro, podendo também ser denominado de Gaussímetro ou Teslômetro.

Em duas cargas de mesmo módulo, porém com sinais opostos, se deslocando com a mesma velocidade no campo magnético, a força magnética que atua sobre as mesmas possui mesmo módulo, porém com sentidos contrários.

## 12.2. Força Magnética

Os campos magnéticos exercem uma força  $\vec{F}$  sobre qualquer carga ou corrente que se mova no interior de um campo magnético. Sendo  $\vec{B}$  o campo e  $v$  a velocidade adquirida, temos:

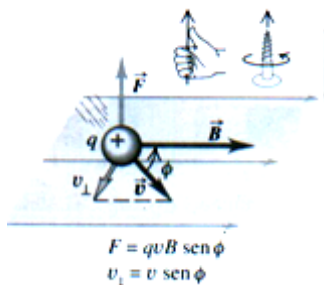


Figura 12-2 Representação Geométrica da Força

A força magnética sobre uma partícula de carga  $q$  é dada por:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Equação 12-1 Força Magnética

O módulo de  $|\vec{F}| = F$

$$F = qvB \sin \theta$$

Equação 12-2 Módulo da Força Magnética

Onde:

$\theta$  ângulo da direção de  $\vec{v}$

$\vec{B}$  medido no sentido da rotação do vetor  $\vec{v}$  para  $\vec{B}$

A direção da força será sempre perpendicular ao plano determinado por  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ .

Temos também que:

$$v_t = v \sin \theta$$

$$v_t \text{ perpendicular a } \vec{B}$$

E ainda se

- $\vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = 0$

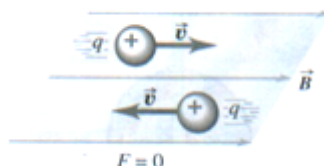


Figura 12-3  $\vec{v} \parallel \vec{B}$

- $\vec{v} \perp \vec{B}$ ,  $F = qvB$

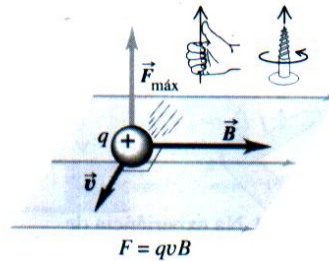


Figura 12-4  $\vec{v} \perp \vec{B}$

Para a carga positiva o sentido é o indicado na **Fig.12-4**, para carga negativa é o oposto.

Em campos magnéticos desconhecidos, pode-se medir a partir da **Eq.12-1**, o módulo, a direção e o sentido da força magnética atuante sobre a carga de prova que se move no campo.

Algumas vezes, esta força é utilizada envolvendo corrente elétrica ao invés do movimento de cargas individuais.

A **Eq.11-1** pode ainda ser escrita da seguinte maneira:

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F = iLB \sin \theta$$

Equação 12-3 Força Magnética

$$\text{Quando } L \perp B \Rightarrow F = iLB$$

Equação 12-4 Força Magnética para  $L \perp B$

$$\text{Se } L // B, F = 0$$

**Obs.:** A equação a seguir será utilizada no Experimento de **Balança de Corrente**:

Para  $\theta = 90^\circ$  teremos

$$F = iLB \therefore B = \frac{F}{iL}$$

Equação 12-5 Expressão para Campo Magnético usada no experimento de Balança de Corrente

### 12.3. Lei de Faraday e fem

Em 1819 o físico dinamarquês Oersted observou que, quando a agulha de uma bússola é colocada próxima de uma corrente elétrica, essa agulha é desviada de sua posição **Fig. 12-5**. Ora, uma agulha magnética, suspensa pelo centro de gravidade, só entra em movimento quando está em um campo magnético. O deslocamento da agulha só se explica pela formação de um campo magnético em torno do condutor percorrido por corrente elétrica. Foi essa a primeira vez que se observou o aparecimento de um campo magnético juntamente com uma corrente elétrica.

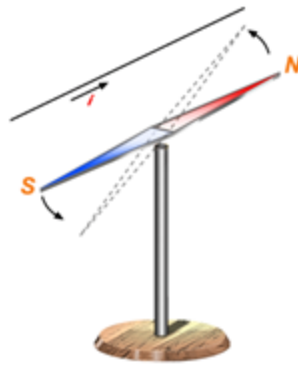


Figura 12-5 Um Ímã na Presença de uma Corrente Elétrica

Depois que Oersted demonstrou que a corrente elétrica afetava a agulha magnética, Faraday ficou convicto de que, da mesma forma que uma corrente origina um campo magnético, o campo magnético deverá ser capaz de produzir uma corrente.

Através de seus experimentos Faraday concluiu que a f.e.m. (Força Eletromotriz) é dada pela razão entre variação do fluxo magnético e a variação do tempo. Uma f.e.m. **induzida** em uma bobina é meramente uma tensão que surge a partir de condutores que se movem em um campo magnético.

$$fem = -N \frac{d\phi}{dt} \text{ volts}$$

Equação 12-6 Força Eletromotriz

Onde N é o número de espiras da Bobina e  $\partial\phi/\partial t$  é a taxa de variação do fluxo magnético com o tempo.

## 12.4. Fluxo Magnético

Muito qualitativamente, o fluxo é uma medida de quanto de um campo vetorial passa perpendicularmente através de uma determinada área. Portanto, o fluxo magnético é uma medida de quanto o **campo magnético** passa perpendicularmente através de uma determinada área. Considere a área A formada por N espiras de fio mostrado na **Fig.12-6**.

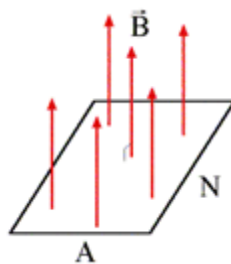


Figura 12-6 Campo Magnético Perpendicular

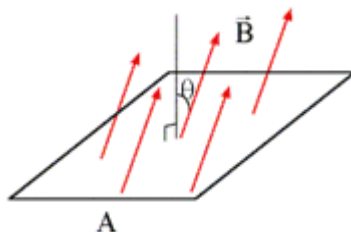
Um campo magnético uniforme **B** passa perpendicularmente através de espiras de fio formando uma espira. O **fluxo líquido do campo magnético B**, denotada  $\Phi_B$  (Fluxo é a letra grega *phi*), através da área A, neste caso, é dada por:

$$\Phi_b = NBA$$

Equação 12-7 Fluxo do Campo Magnético

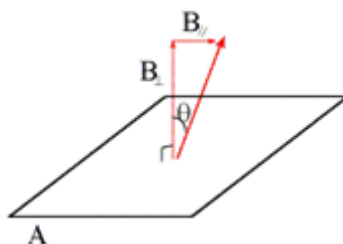
Se aumentarmos a área  $A$  ou da  $B$  magnitude do campo magnético, ou o número de voltas  $N$ , vamos aumentar o fluxo líquido magnético  $\Phi_B$ . Todos estes devem fazer todo o sentido à luz da nossa compreensão qualitativa do *fluxo*. (O fluxo líquido é o fluxo total através de *todas* as espiras, se houver mais de um).

Considere agora a situação mostrada na **Fig.12-7**.



**Figura 12-7 Campo Magnético não Perpendicular**

Novamente, temos  $N$  espiras de fio definindo a área  $A$ , e novamente o campo magnético é *uniforme*. Mas desta vez o campo magnético perpendicular não se aponta para a área  $A$ , mas sim faz um ângulo  $\theta$  com a *direção perpendicular* à linha de assinatura (a direção *normal* ao plano da espira - você se lembra da *força normal* e em que direção ela apontava?). A **Fig.12-8** mostra o mesmo modo da **Fig.12-7**, mas agora mostra apenas um vetor do campo magnético (de modo que podemos nos concentrar apenas em não se preocupar com todos os outros). Qualquer vetor pode ser decomposto em duas componentes perpendiculares (como componentes  $x$  e  $y$ ). Na **Fig.12-8** o vetor campo magnético dividido em componentes *perpendicular* e *paralela* ao plano da espira.



**Figura 12-8 Representação de Fig.7-7 Apenas com um Vetor de Campo Magnético**

Da nossa compreensão qualitativa do *fluxo*, sabemos que apenas a parte *perpendicular* do campo contribuirá para  $\Phi_B$ . De uma extensão direta da **Eq.12-7** temos que, neste caso, o fluxo líquido magnético através do circuito é dada por

$$\Phi_B = NB \perp A$$

**Equação 12-8 Fluxo**

Esta definição assume que a componente do campo magnético perpendicular passando para a área é *constante* em toda a área, e que a área é *plana*. Se isso *não* for o caso, então o cálculo teria que ser usado para localizar o fluxo. Note que a **Fig.12-8**, **Eq. 12-8** se torna:

$$\Phi_B = N(B \cos \theta) A$$

**Equação 12-9 Fluxo**

As **unidades** de fluxo magnético devem ser as unidades de *número de voltas* (sem unidades), vezes as unidades de *campo magnético* (T) vezes as unidades de *área* ( $m^2$ ). *Unidades de fluxo magnético*:  $T m^2$ .



## 12.5. A Lei de Biot-Savart

Quando se estuda campos elétricos (campo de força provocado pela ação de cargas elétricas) depara-se com a Lei de Coulomb, que estabelece a força entre duas cargas elétricas pontuais. No campo magnético, a Lei de Biot-Savart é equivalente a Coulomb. Biot-Savart descobriu que a passagem de uma corrente elétrica de intensidade  $I$  A em um condutor produz um campo magnético  $\mathbf{B}$  em sua volta, este que deverá ser circular, **Fig.12-9**.

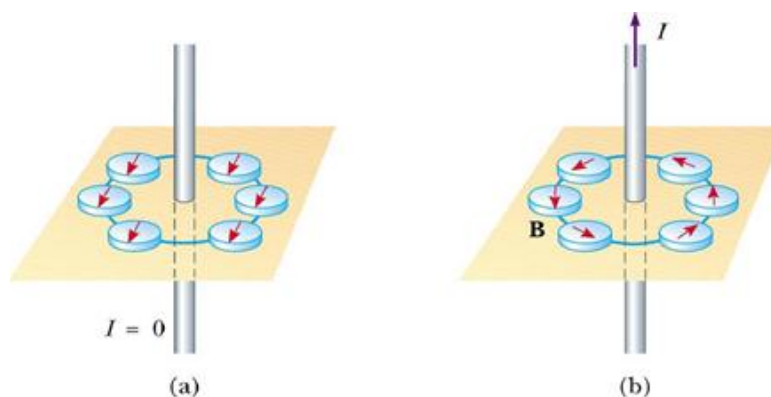


Figura 12-9 Campo Magnético ao Redor de um Fio

O campo Magnético  $\mathbf{B}$  depende da magnitude, direção, comprimento, proximidade da corrente elétrica e da constante de permeabilidade do vácuo (também conhecida como constante magnética), **Eq.12-10** e **Fig.12-10**.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I dL \sin\theta}{4\pi r^2} \hat{r}$$

Equação 12-10 Campo Magnético Diferencial

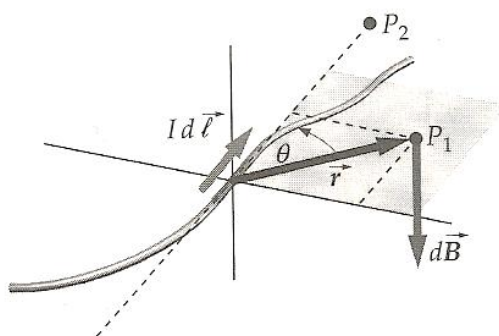


Figura 12-10 Representação Geométrica do Campo em um Fio

Onde  $\mu_0$  é a constante de permeabilidade magnética do vácuo, também conhecida como constante magnética.  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$ .

O Campo Magnético total é obtido pela integral:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dL \sin\theta}{r^2} \hat{r}$$

Equação 12-11 Campo Magnético Total

Note que a Lei de Biot-Savart obedece a regra da mão direita, **Fig.12-11**.

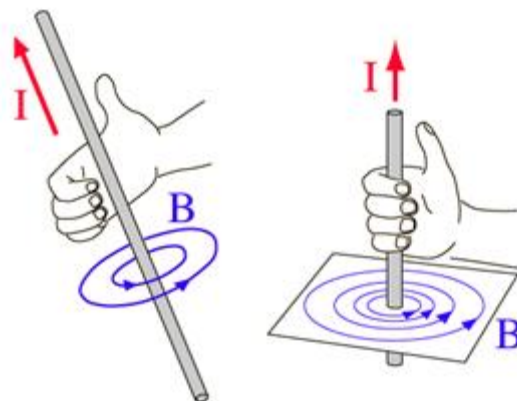


Figura 12-11 Regra da Mão Direita

## 12.6. A Lei de Ampère

Depois da apresentação dos resultados de Oersted, em 1820 em uma reunião da Academia de Ciências da França, em Paris. O jovem físico André Marie Ampère após assistir a apresentação deu início a uma série de experiências. Anunciando o primeiro resultado já na semana seguinte, relacionando a interação magnética entre dois fios transportando correntes paralelas.

Na eletrostática, para distribuições de carga com elevado nível de simetria podia-se calcular o campo elétrico mais facilmente usando a lei de Gauss do que a lei de Coulomb. Uma situação semelhante existe no magnetismo.

A lei de Ampère é útil para o cálculo de  $\mathbf{B}$  quando e somente quando a distribuição de correntes é especialmente simétrica: é preciso que a direção e sentido de  $\mathbf{B}$  possam ser obtidos como consequência da simetria, e que a magnitude  $|\mathbf{B}|$  também seja simetricamente distribuída.

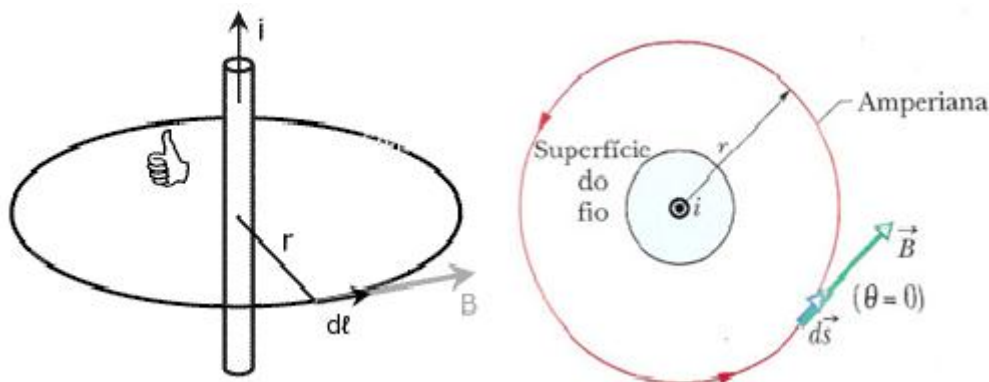


Figura 12-12 Fio Percorrido por uma Corrente I

Na forma matemática, a lei de Ampère é:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = B \oint dS = \mu_0 I$$

$B$  é constante, então sai da integral. A integral de  $dS$  em torno do círculo é igual a  $2\pi r$  (a circunferência do círculo), onde  $r$  é distância do ponto ao fio.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \text{ para um fio infinito}$$

Equação 12-12 Campo Magnético pela lei de Ampère

## 12.7. Valor Eficaz ou Valor Médio Quadrático (RMS)

O valor médio quadrático ou valor eficaz de uma forma de onda está relacionado com a potência que ela pode desenvolver; suponha que apliquemos uma determinada forma de onda de tensão periódica a um resistor. O resistor aquecerá e dissipará calor. Isto acontecerá ainda que o valor médio da tensão (ou corrente) seja zero, porque não importa em que sentido a corrente esteja passando pelo resistor. O simples fato de que a corrente passa através dele leva a uma perda de energia.

Agora, por definição, o valor eficaz ou RMS de uma corrente alternada (ou tensão alternada) é aquela que deveria ter uma corrente contínua (ou tensão contínua) capaz de produzir o mesmo aquecimento na mesma resistência.

Consideremos os dois circuitos, um de corrente alternada e periódica, **Fig.12-13**, e o outro de corrente contínua, **Fig.12-14**.

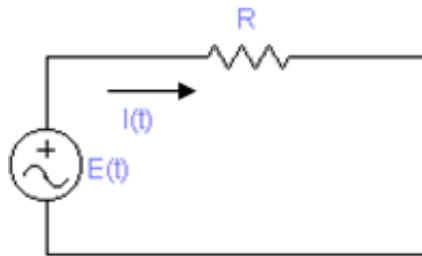


Figura 12-13 Circuito de Corrente Alternada

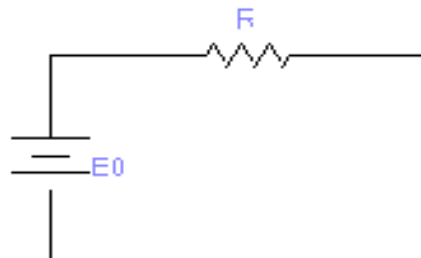


Figura 12-14 Circuito de Corrente Contínua

O calor dissipado pelo resistor da **Fig.12-13**, num tempo  $dt$ , é:

$$dE = R \cdot i^2(t) dt$$

Integrando ambos os membros da equação acima para um período  $T$ , temos:

$$E = R \int_0^T i^2(t) dt$$

Calor dissipado pelo resistor da **Fig.12-14**, é:

$$E = R \cdot I_{\text{RMS}}^2 \cdot T$$

Pela definição de valor RMS, as energias dissipadas no tempo  $T$ , são iguais logo:

$$R \int_0^T i^2(t) dt = R \cdot I_{\text{RMS}}^2 \cdot T$$

$$I_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

Equação 12-13  $I_{\text{RMS}}$

Da mesma maneira, o valor RMS de uma tensão alternada  $E(t)$ , periódica, é:

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T E^2(t) dt}$$

Equação 12-14  $E_{\text{RMS}}$

Para corrente a tensão senoidais temos:

$$I_{\text{RMS}} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \text{ para } I = I_o \cos(\omega t)$$

Equação 12-15  $I_{\text{RMS}}$

ou seja:

$$E_{\text{RMS}} = \frac{E_o}{\sqrt{2}}, \text{ para } E = E_o \cos(\omega t)$$

Equação 12-16  $E_{\text{RMS}}$

O valor RMS de uma onda senoidal é o seu valor de pico dividido pela raiz quadrada de dois.

## 13| Campo em dois Fios Paralelos e Longos

### 13.1. Introdução Teórica

#### 13.1.1. Campo Magnético de um fio longo

##### 13.1.1.1. Introdução

O físico OERSTED descobriu que as correntes elétricas produzem campos magnéticos. Segundo as modernas teorias do magnetismo, também os campos magnéticos dos ímãs permanentes são devidos aos efeitos de um grande número de minúsculas correntes elétricas correspondentes ao movimento no interior dos átomos de partículas eletricamente carregadas. Nos corpos não magnetizados estas correntes estão orientadas em todos os sentidos; no caso contrário, a orientação de um grande número de correntes elementares em paralelo corresponde ao estado magnetizado.

Em resumo: Todos os campos magnéticos são originados por correntes elétricas.

As linhas de força de campo magnético produzido por uma corrente elétrica que passa num condutor retilíneo são circulares e existem em planos perpendiculares ao condutor **Fig.13-1** A representação feita num plano é válida para todos os planos (em número infinito) perpendiculares ao condutor.

O polo norte de uma pequena bússola, situada num ponto máximo do condutor, indica o sentido do vetor indução magnética  $\mathbf{B}$ . (Isto pode ser mostrado também pela regra da mão direita). Sendo tangente às linhas de força (ou linhas de campo), o vetor  $\mathbf{B}$ , num certo ponto é perpendicular ao raio que une o ponto ao centro do condutor. A indução magnética  $\mathbf{B}$  tem o mesmo valor em todos os pontos de uma linha de campo, isto é,  $\mathbf{B}$  é constante ao longo de uma linha de campo.

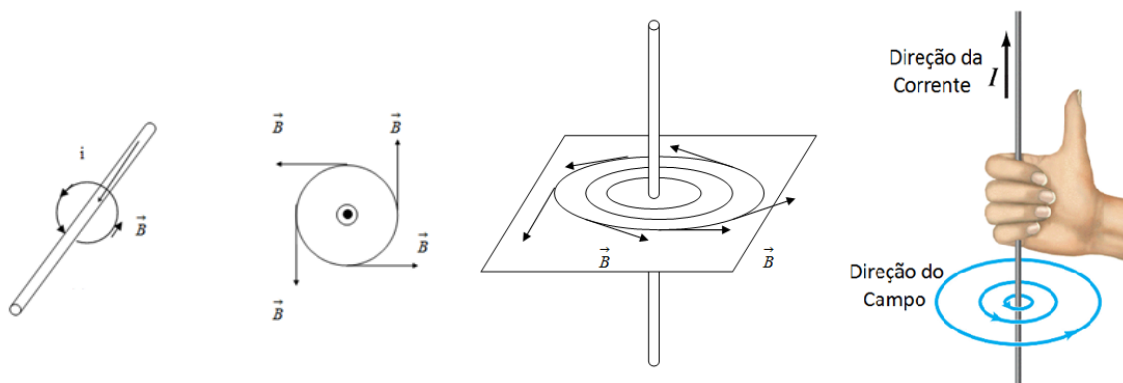


Figura 13-1 Campo Magnético Produzido por um Fio

### 13.1.1.2. Determinação quantitativa do campo produzido por uma corrente em um fio finito

A Fig.13-2 mostra a construção geométrica usada para calcular o campo magnético  $\mathbf{B}$  em um ponto  $P$  devido à corrente em um fio finito. Onde o eixo do fio é representado pelo eixo dos  $x$  e o ponto está sobre o eixo dos  $y$ .

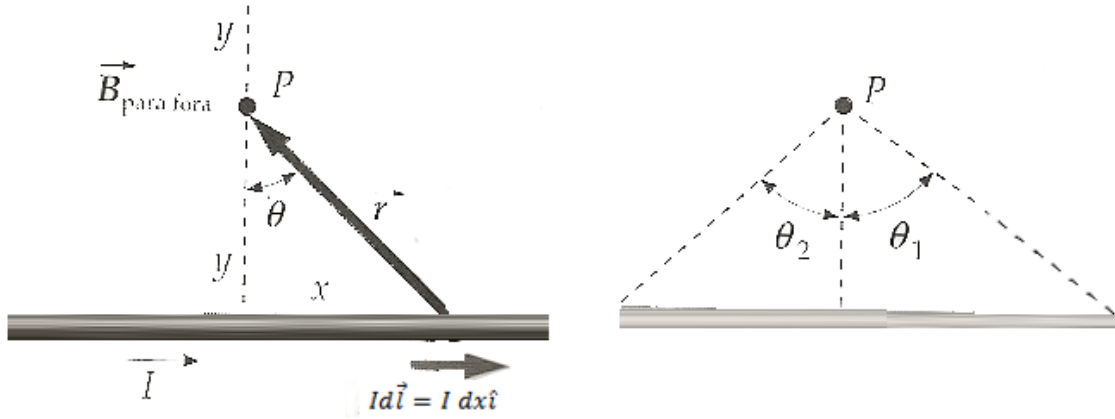


Figura 13-2

A intensidade do campo produzido pelo elemento de corrente indicado na figura é dada pela Eq.13-1.

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4 \pi} \frac{dx}{r^2} \cos \theta = Id\vec{l} = I dx \hat{i}$$

Equação 13-1

Para determinas o efeito de todos os elementos de corrente, precisa-se obter uma relação entre  $\theta$ ,  $r$  e  $x$ .

$$x = y \tan \theta$$

Diferenciando, temos:

$$dx = y \sec^2 \theta d\theta$$

Para  $\sec \theta = r/y$ :

$$dx = y \frac{r^2}{y^2} d\theta$$

$$dx = \frac{r^2}{y} d\theta$$

Substituindo a equação para  $dx$  na Eq.13-1:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4 \pi} \frac{r^2}{r^2 y} \cos \theta d\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} \cos \theta d\theta$$

Equação 13-2

Devido à simetria do problema, pode-se dividir o plano em dois elementos, e então para saber o campo magnético total precisamos apenas unir os dois elementos. Para determinar à direita do plano (tomando como referência  $x=0$ ) façamos a integral da expressão acima de 0 até o ângulo  $\theta_1$ .

$$\begin{aligned} B_1 &= \int_0^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} \cos \theta \, d\theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} \int_0^{\theta_1} \cos \theta \, d\theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} [\sen \theta]_0^{\theta_1} \\ B_1 &= \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} \sen \theta_1 \end{aligned}$$

Analogamente, para à esquerda de  $x=0$ :

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} \sen \theta_2$$

Fazendo  $B = B_1 + B_2$ ;

$$B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} (\sen \theta_1 + \sen \theta_2)$$

**Equação 13-3 Campo Magnético em um segmento de fio**

### 13.1.1.3. Determinação quantitativa do campo produzido por uma corrente em um fio longo

A **Eq.13-3** permite calcular o campo magnético produzido em um ponto  $P$  por qualquer segmento de fio em função da distância  $R$  entre o ponto e o fio e os ângulos subtendidos pelas extremidades do fio no ponto  $P$ . Se o fio for muito comprido (“infinito”) o valor desses ângulos será aproximadamente  $90^\circ$ . Assim, o resultado para um fio comprido pode ser obtido fazendo  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$ , obtendo a **Eq.13-4**:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r}$$

**Equação 13-4 Campo Magnético em um fio longo**

### 13.1.2. Cálculo do Campo Magnético de um fio infinito pela lei de Ampère

A direção de  $\vec{B}$  em cada ponto é tangente às linhas de campo e seu sentido, pode ser determinado pela regra da mão direita.

Pela Lei de Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

**Equação 13-5**

Onde:

I - corrente que passa no fio

$\mu_0$  - permeabilidade magnética do meio

Desenvolvendo do 1º membro da **Eq.13-5**, temos:

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \oint B.\cos\theta.dl = \oint B.dl \quad (\text{pois } \theta = 0^\circ)$$

Para um mesmo r, B é constante:

$$\oint B.dl = B \oint dl = 2\pi.r.B, \quad \text{portanto:}$$

$2\pi r.B = \mu_0 I$  ou ainda:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

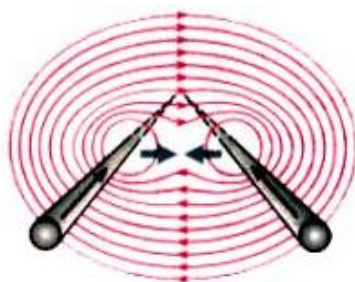
**Equação 13-6**

### 13.1.3. Campo Magnético de dois fios paralelos e longos

#### 13.1.3.1. Introdução

Ampère observou experimentalmente que dois fios longos e paralelos, separados por uma distância  $d$ , e percorridos, respectivamente, pelas correntes  $i_a$  e  $i_b$ , de mesmo sentido, se atraem mutuamente. As forças que os fios exercem um sobre o outro têm o mesmo módulo e sinais opostos. Para correntes de sentidos opostos os dois fios se repelem.

Pode-se determinar o campo magnético total ao redor de dois condutores, isto é, o campo que atuaria sobre outra corrente ou sobre uma agulha imantada situada nas proximidades, somando vetorialmente os campos correspondentes às correntes  $i_a$  e  $i_b$ . Este campo está esquematizado na **Fig.13-3** e **13-4**.



**Figura 13-3** Correntes de Mesmo Sentido



**Figura 13-4** Correntes com Sentidos Diferentes

A **Fig.13-3** mostra o campo em torno de dois fios, lado a lado, que estão transportando a corrente no mesmo sentido. Os fios são atraídos um pelo outro.

A **Fig.13-4** mostra o campo em torno de dois fios, lado a lado, que estão carregando correntes em sentidos opostos. Os fios estão repelindo um ao outro.



Veja que condutores se repelem quando as linhas de campo são mais densas na região compreendida entre eles do que na região externa a eles e que se atraem, quando as linhas são mais densas fora do que entre eles. As linhas de  $B$  atuam como se fossem alças de borracha, que resistem ao serem distendidas ou comprimidas. Imaginando deste modo as linhas de campo total, podemos ter uma ideia sobre as forças e os movimentos de correntes em campos magnéticos sem a necessidade de fazer cálculos detalhados.

### 13.1.3.2. Expressão quantitativa do campo magnético devido aos dois fios (princípio da superposição)

Em cada região definida pela configuração dos dois fios, teremos um campo resultante de dois vetores, uma vez que o Campo Magnético é uma grandeza vetorial, para rios longos a soma vetorial sempre poderá ser tomada como uma soma algébrica, pois os vetores são sempre colineares, isto é, de mesma direção podendo mudar de sentido.

Consideremos a **Fig.13-5** com correntes de mesmo módulo e sentidos opostos.

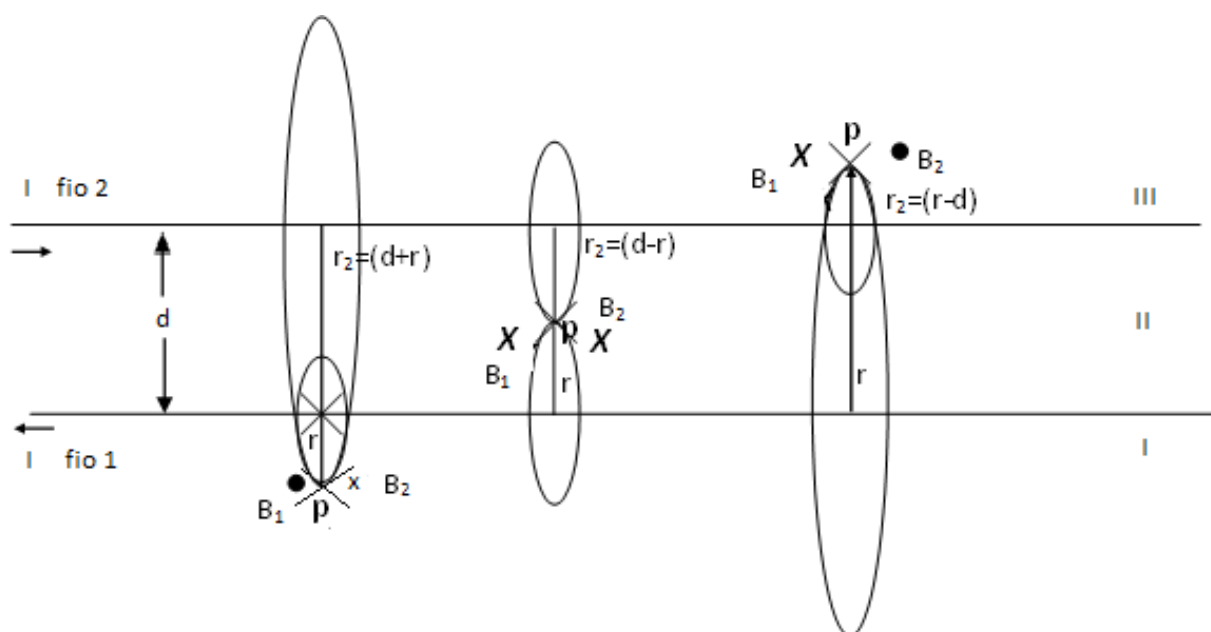


Figura 13-5 Representação Geométrica do Campo em dois Fios

Dividimos o espaço em três regiões: I, II e III.

Considere  $r$  a distância em relação ao fio 1.

#### **Cálculo de $B$ na região I.**

Pela Lei de Ampere:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi (d+r)}$$

Superpondo os dois campos, temos:

$B_1$  é perpendicular ao plano da folha de trás para frente e  $B_2$  é perpendicular ao plano da folha da frente para trás.

$$\vec{B}_t = \vec{B}_1 + \vec{B}_s \Rightarrow B_t = B_1 - B_s$$

$$B_T = \frac{\mu_o \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+d} \right) \quad (-\infty < r < 0)$$

**Equação 13-7 Campo na Região I**

**Para a região II**, analogamente pela Lei de Ampere temos:

$B_1$  é perpendicular ao plano da folha de frente para trás e  $B_2$  é perpendicular ao plano da folha de frente para trás.

$$\vec{B}_t = \vec{B}_1 + \vec{B}_s \Rightarrow B_t = B_1 + B_s$$

$$B_T = \frac{\mu_o \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) \quad (0 < r < d)$$

**Equação 13-8 Campo na Região II**

**Para a região III**, analogamente pela Lei de Ampere temos:

$B_1$  é perpendicular ao plano da folha de frente para trás e  $B_2$  é perpendicular ao plano da folha de trás para frente.

$$\vec{B}_t = \vec{B}_1 + \vec{B}_s \Rightarrow B_t = B_s - B_1$$

$$B_T = \frac{\mu_o \cdot i}{2\pi} \left( \frac{1}{r-d} - \frac{1}{r} \right) \quad (d < r < \infty)$$

**Equação 13-9 Campo na Região III**

Se:  $I_1 \neq I_2$ ; as equações para as regiões I, II e III. São:

Para região I

$$B_T = \frac{\mu_o}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r} - \frac{I_2}{r+d} \right) \quad (-\infty < r < 0)$$

**Equação 13-10 Campo na Região I com  $I_1 \neq I_2$**

Para região II

$$B_T = \frac{\mu_o}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r} + \frac{I_2}{d-r} \right) \quad (0 < r < d)$$

**Equação 13-11 Campo na Região II com  $I_1 \neq I_2$**

Para região III

$$B_T = \frac{\mu_o}{2\pi} \left( \frac{I_2}{r-d} - \frac{I_1}{r} \right) \quad (d < r < +\infty)$$

**Equação 13-12 Campo na Região III com  $I_1 \neq I_2$**

onde:  $r$  - é a distância genérica do ponto considerado ao fio 1.

$d$  - é a distância fixa entre os dois fios.

$I$  - é a corrente que passa pelos dois fios.

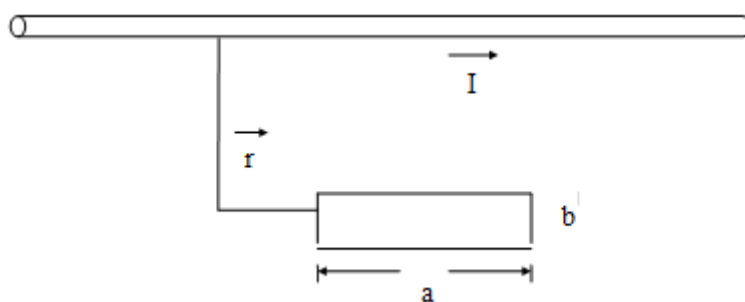
Na realização do experimento verificamos as fórmulas, medindo o campo nas regiões I e II, em função da distância  $r$ .

#### 13.1.4. Método de medição da fem induzida

Na prática, é bastante difícil medir-se um campo magnético estacionário. Para verificar os campos dados pelas fórmulas citadas acima, é aconselhável servir-se de um artifício que facilita a medição. Este artifício consiste em mandar uma corrente alternada de frequência bastante baixa (60 Hz) através dos fios. Isto não afeta a distribuição espacial do campo. Em seguida, aproveita-se o efeito de indução (Lei de Faraday) causado numa bobina retangular colocada no ponto onde se quer medir o campo.

Vejamos o seguinte raciocínio:

Colocamos uma bobina retangular de comprimento  $a$  e espessura  $b$  ( $a \gg b$ ) a uma distância genérica  $r$  do fio, com o seu comprimento paralelo ao mesmo, conforme mostra a **Fig.13-6**.



**Figura 13-6 Método da Medição**

Para todos os pontos a uma distância  $r$  do fio, o módulo do campo magnético é o mesmo.

$$B = \frac{\mu_o \cdot I_o}{2\pi r} (\cos wt)$$

**Equação 13-13 Campo Magnético a uma Distância  $r$  do Fio**

O fluxo magnético na superfície da bobina é:

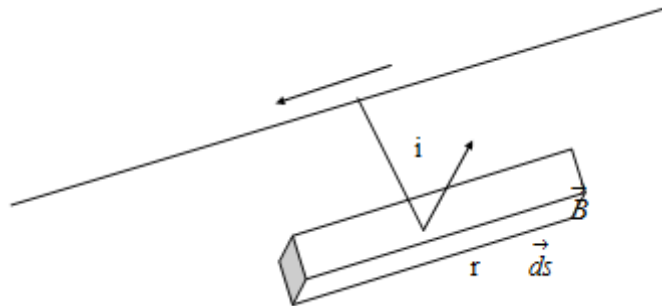
$$\Phi_E = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B \cos \theta ds$$

Onde:

$\vec{ds}$  = é o vetor elemento de área, sempre perpendicular à superfície, “saindo” da mesma.

$\theta$  = é o ângulo formado por  $\vec{B}$  e  $\vec{ds}$ .

Colocando a bobina e o fio no mesmo plano (horizontal), temos que o campo de indução magnética  $B$  será paralelo ao vetor de superfície  $\vec{ds}$  da bobina de prova. Portanto o ângulo  $\theta$  será igual a  $0^\circ$  (ver **Fig.13-7**). Neste caso, temos o fluxo máximo na superfície da bobina de prova, situação desejada para realizarmos nosso experimento.



**Figura 13-7 Bobina e o Fio no Mesmo Plano**

Nesta situação, o valor de  $B$ , varia apenas com  $r$ . Porém se a espessura  $b$  da bobina for bastante pequena em relação à distância  $r$ , o campo não variará apreciavelmente ao longo desta espessura. Como o campo constante sobre a superfície  $S$  da bobina.

$$\phi = \int B \cos \theta ds = B \int ds = BS$$

Para uma bobina de  $N$  voltas:

$$\phi = NSB = NB(ab)$$

#### **Equação 13-14 Fluxo Manético**

O produto  $NS$  é denominado “**área efetiva**” da bobina de detecção. Se o campo é variável com o tempo, há a indução de uma força eletromotriz nos terminais da bobina de detecção igual a:

$$E = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

Substituindo nesta expressão as **Eq.13-10** e **13-11**, temos:

$$E = -NS \frac{dB}{dt} = NS \frac{\mu_o I}{2\pi r} \cdot w \sin(\omega t)$$

**Equação 13-15 Força Eletromotriz**

ou

$$E = NSWB_o \sin(\omega t)$$

**Equação 13-16 Força Eletromotriz**

onde:

$$B_o = \frac{\mu_o \cdot I_o}{2\pi r}$$

**Equação 13-17 Campo Magnético**

Os multímetros e amperímetros para corrente e tensão alternadas indicam valores RMS, sendo assim, de **Eq.13-15**, temos:

$$E_{RMS} = NSWB_{RMS}$$

**Equação 13-18 Valor RMS**

Daí:

$$E_{RMS} = \frac{N.S.W. \mu_o}{2\pi r} I_{RMS}$$

**Equação 13-19 Valor RMS**

onde

$$I_{RMS} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt \right]^{1/2}$$

Para obtermos o valor  $B_{RMS}$  da **Eq.13-18**, precisamos conhecer o valor do produto  $NS$  (área efetiva da bobina). Na determinação deste valor, usamos o seguinte raciocínio: tendo a **Eq.13-19** em vista, concluímos que é possível fazer dois gráficos:

- a)  $E_{RMS}$  em função de  $1/r$ , com  $I_{RMS}$ , constante.
- b)  $E_{RMS}$  em função de  $i_{rms}$ , com  $r$  constante.

Em relação ao primeiro gráfico, podemos escrever:

$$E_{RMS} = C.1/r.$$

**Equação 13-20 Expressão em Função do Primeiro Gráfico**

Nele será obtida uma reta de inclinação  $C$ .

Para o segundo gráfico, com  $r$  fixo, medimos  $E_{RMS}$  em função  $I_{RMS}$  (obviamente obteremos também uma reta). Neste caso é válido:

$$E_{RMS} = D \cdot I_{RMS}$$

**Equação 13-21 Expressão em Função do Segundo Gráfico**

Onde  $D$  é a inclinação da reta, dada pela tangente.

Das **Eq.13-19**, **13-20** e **13-21** temos:

$$C = \frac{N \cdot S \cdot W \cdot \mu_o I_{RMS}}{2\pi}$$

**Equação 13-22 Inclinação do Primeiro Gráfico**

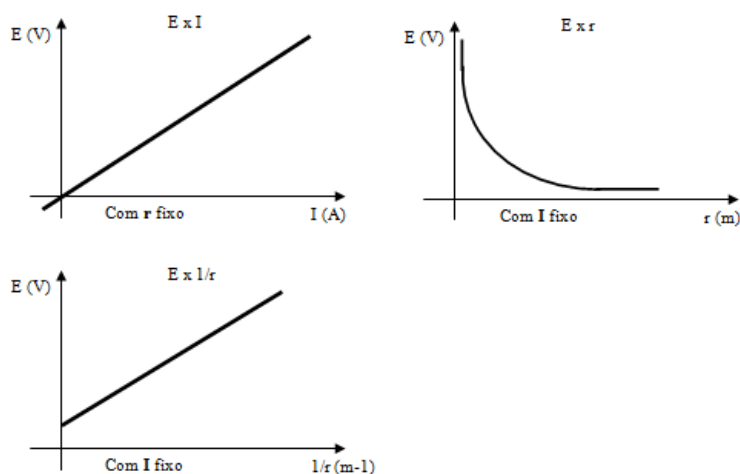
$$D = \frac{N \cdot S \cdot W \cdot \mu_o}{2\pi r}$$

**Equação 13-23 Inclinação do Segundo Gráfico**

Conhecendo o valor das constantes e calculando  $C$  e  $D$  graficamente, podemos substituir esses valores em **Eq.13-22** e **Eq.13-23**, obtendo o produto  $NS_{EXP}$  por duas maneiras diferentes. Se a diferença entre as duas áreas efetivas da bobina se situar entre limites aceitáveis, a **Eq.13-19** é válida e, conseqüentemente a Lei de Ampère é verificada no caso do campo produzido por um fio infinito.

O valor de  $NS$  assim obtido será utilizado na verificação das fórmulas para o campo resultante de dois fios paralelos.

As representações gráficas da **Eq.13-19**, **Eq.13-20** e **Eq.13-21** são observadas na **Fig.13-8**.



**Figura 13-8**

Representação da f.e.m induzida em uma bobina de prova colocada em ponto sobre a influência do campo devido aos dois fios separado por uma distancia  $d$ , percorrido por corrente oposta.

### 13.1.5. Método para medição de dois fios

Para o circuito abaixo as equações **Eq.13-7, 13-8, 13-9** do campo nas regiões I, II e III, já são conhecidas.

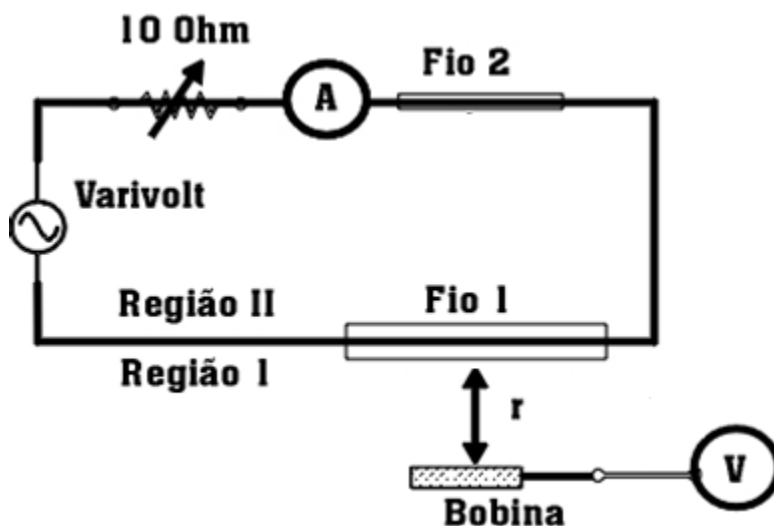


Figura 13-9 Esquema de montagem

Mede-se a força eletromotriz induzida (f.e.m.) do mesmo modo que se mede para um único fio, sendo que o campo em cada região é a superposição dos campos de cada fio.

Aproximando-se a bobina de prova do fio I, se a corrente for um função do tempo, aparecerá uma tensão induzida na bobina devido a variação de fluxo sobre a área efetiva da bobina.

$$\phi = NSB;$$

Onde B na região I é dada pela **Eq.13-7**,

$$B_T = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r + d} \right)$$

Se  $I = I_0 \cos(\omega t)$ , então o fluxo varia com o tempo.

Usando a Lei de Indução de Faraday pode-se determinar a tensão induzida na bobina de prova. Para região I:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \epsilon = -NS \frac{dB}{dt} = NS \frac{\mu_0 \cdot I_0 \cdot \varpi \cdot \sin(\varpi t)}{2 \cdot \pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+d} \right); (-\infty < r < 0)$$

$$\epsilon_{RMS} = NS \frac{\mu_0 \cdot \varpi \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+d} \right)}{2 \cdot \pi} I_{RMS}$$

#### A Eq.13-10

Para a região II (entre os fios), temos:

$$\epsilon = -NS \frac{dB}{dt} = NS \frac{\mu_0 \cdot I_0 \cdot \varpi \cdot \sin(\varpi t)}{2 \cdot \pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right); (0 < r < d)$$

$$\epsilon_{RMS} = NS \frac{\mu_0 \cdot \varpi \cdot \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right)}{2 \cdot \pi} I_{RMS}$$

#### A Eq.13-11

Para a região III, temos:

$$\epsilon = -NS \frac{dB}{dt} = NS \frac{\mu_0 \cdot I_0 \cdot \varpi \cdot \sin(\varpi t)}{2 \cdot \pi} \left( \frac{1}{r-d} - \frac{1}{r} \right); (d < r < \infty)$$

$$\epsilon_{RMS} = NS \frac{\mu_0 \varpi \cdot \left( \frac{1}{r-d} - \frac{1}{r} \right)}{2 \cdot \pi} I_{RMS}$$

#### A Eq.13-12

**Obs.:** Lembre-se que r é tomado em relação ao fio 1.

A representação gráfica para f.e.m. para dois fios, com correntes de sentido oposto e mesmo módulo, em função de r:

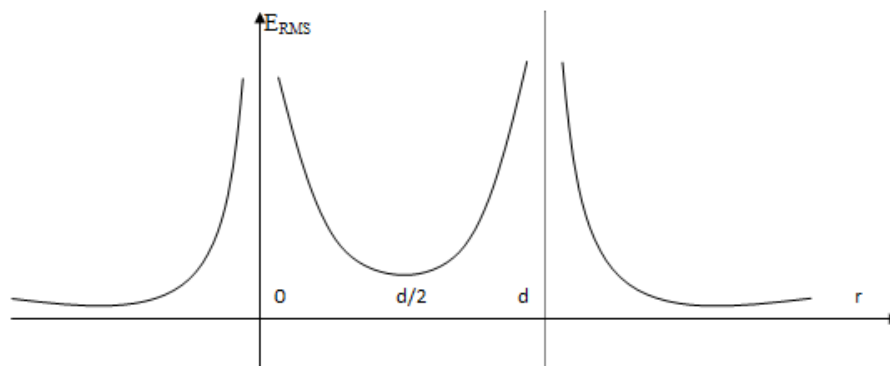


Figura 13-10 Gráfico para fem dos dois Fios



## Campo em dois Fios Paralelos e Longos

1. Uma corrente alternada é uma corrente de fôrma  $I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$ , onde  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  = “frequência”).
  - a. Esboce o gráfico da função  $I(t)$ .
  - b. Na tentativa de medir essa corrente alguém colocou no circuito um amperímetro para corrente contínua. Faça um esboço desse circuito. Que poderá ser observado no amperímetro, se a frequência da corrente alternada for bastante baixa (p. ex.,  $f = 0,1\text{Hz}$ )?
  - c. Que ocorrerá no amperímetro à medida que a frequência for se tornando mais alta?
  - d. Coloca-se então no circuito um retificador de onda completa. Mostre como fica o gráfico da corrente e escreva a nova função que a representa.
  - e. Calcule o valor médio quadrático dessa função no intervalo  $(0, T/2)$ . ( $T$  = período;  $T = 1/f$ ).
  - f. Se colocarmos agora no circuito um amperímetro de corrente contínua que valor será lido?

**OBS.:** O valor médio quadrático dessa função no intervalo  $(a,b)$  é:

$$F(x)_{\text{RMS}} = [F^2(x)]^2 = \sqrt{1/(b-a) \int_a^b f^2(x) dx}, \text{ onde } (b-a) = \text{período}.$$

2. Mostre que o valor médio quadrático de qualquer função que varia senoidalmente é igual ao valor máximo da grandeza dividido por raiz quadrada de 2.
3. Mostre que o valor médio quadrático de qualquer função triangular é igual ao valor máximo da grandeza dividido por raiz quadrada de 3.
4. Use a lei de Ampère e calcule o campo magnético de um fio longo e reto, situado à distância  $r$  do fio, estando sobre a influência de uma corrente  $I$  e dado por  $B = [(\mu_0 I)/(2\pi r)]$
5. Mostre que para um fio longo retilíneo aplicação da lei de Biot–Savart é idêntica a aplicar a lei de Ampère.

7. Usando a Lei de Faraday  $E = - d\phi/dt$  e a expressão para o fluxo  $d\phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ , obtenha a expressão para a f.e.m., induzida em uma bobina de  $N$  voltas de área  $\underline{s}$  a uma distância  $\underline{r}$  do fio. Use a corrente alternada da questão 1.
- Como você espera que se comporte essa f.e.m., se você varia a distância da bobina ao fio? Faça um esboço desse gráfico.
  - Tome um ponto fixo sobre uma linha de campo. Como se comporta  $B$  neste ponto com o tempo?
  - Qual a frequência de  $B$  e da f.e.m, no item anterior?
8. Obtenha as expressões para o campo magnético devido a dois fios retilíneos longos e paralelos separados por uma distância  $\underline{d}$  e percorridos por correntes iguais e opostos. Na região entre os fios. E nas regiões fora dos fios.
9. Obtenha a expressão para a f.e.m induzida usando a lei de indução magnética.
10. Na questão entre dois fios longos e paralelos separados por uma distância  $\underline{d}$  e percorridos por correntes iguais e opostos, o campo é dado por
- $$B = ((\mu_0 I)/2\pi) \cdot (1/r + 1/(d-r))$$
- Calcule  $dB/dr$  para obter o mínimo da função.
  - Onde fica localizado este mínimo?
  - Esboce o gráfico do campo que você espera obter para a região entre os dois fios, em função da posição.

### 13.3. Guia do Experimento

## Campo em dois Fios Paralelos e Longos

### OBJETIVOS

Verificação da Lei de Ámpere em se tratando do campo magnético produzido por um fio longo; Comprovação do princípio da superposição de campos magnéticos para os campos produzidos por dois fios paralelos e muito longo; Aplicação do princípio da indução (Lei de Faraday) na medição de campos magnéticos.

### MATERIAL UTILIZADO

Dois fios longos; Fonte da tensão alternada; Amperímetro; Multímetro; Reostato e Bobina de detecção.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### Montagem com um Fio Longo

1. Monte o circuito da Fig.13-11, tendo o cuidado de manter o cabo de retorno bastante afastado da bobina.

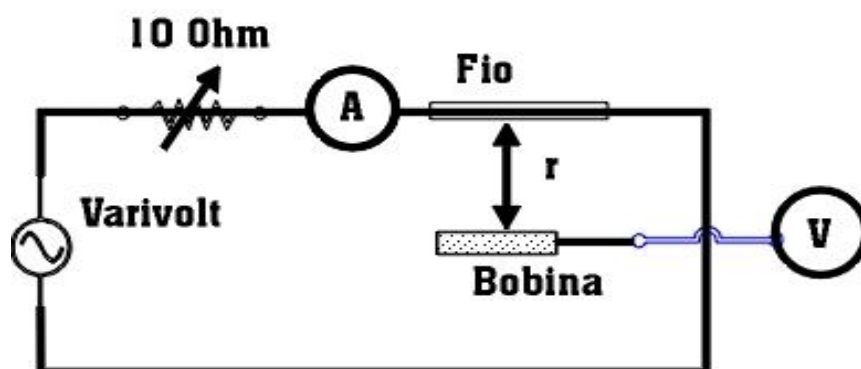


Figura 13-11 Montagem com um Fio Longo

2. Ligue a fonte, estabeleça cuidadosamente uma corrente de 2,0 A no circuito, manipulando a fonte e o reostato. A bobina deve ficar sempre paralela ao fio. Anote os parâmetros da bobina, e o número de espiras.

3. Quando houver obtido uma deflexão no voltímetro, gire a bobina em torno do próprio eixo longitudinal e observe o comportamento da f.e.m. induzida.

4. Faça medidas da tensão induzida na bobina  $E_{RMS}$  em função da distância  $r$  até o fio, variando  $r$  a intervalos de 1,0 cm.

$r(\text{cm})$	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5	14,5
$E_{rms}(\text{mv})$													

Tabela 13-1  $I$  fixa e  $r$  variável

4. Mantenha a bobina a uma distância de 4,0 cm do fio, meça a tensão induzida  $E_{RMS}$  em função da corrente  $I_{RMS}$  no circuito. (Varie a corrente  $I_{RMS}$  no fio a intervalos de 0,2 A).

I(A)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
Erms(mv)										

Tabela 13-2 r fixo e I variável

### Montagem com dois Fios Paralelos e Longos

6. Monte o circuito abaixo. A montagem permite manter uma distância fixa de 20 cm entre os dois fios.

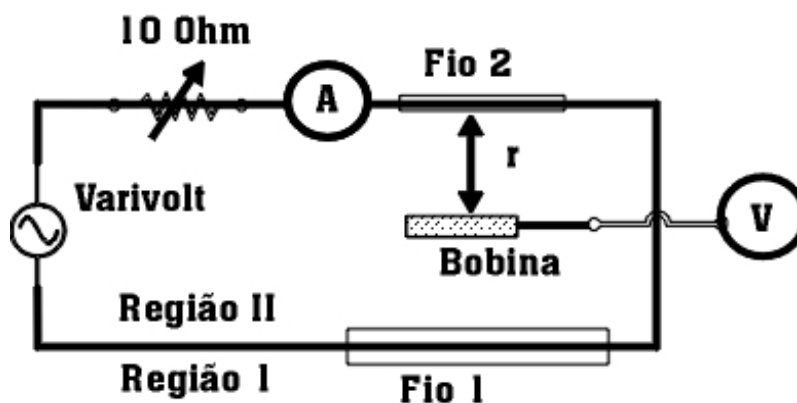


Figura 13-12 Montagem com dois Fios Paralelos e Longos

7. Ligue a fonte e estabeleça cuidadosamente uma corrente de 2,0 A no circuito, manipulando para isso a fonte regulável e o reostato.

8. Meça a tensão induzida  $E_{RMS}$  em função da distância  $r$  até o fio 1, na região externa (região I). Varie  $r$  a intervalos de 1,0 cm.

r (m)	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5
$E_{RMS}$ (mV)																

Tabela 13-3 Região I Fixa e r variável

9. Faça o mesmo para toda a região entre os dois fios (região II).

r (m)	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5
$E_{RMS}$ (mV)																

Tabela 13-4 Região II r Fixo e I variável

13.4. Relatório	Peso
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>2,0</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,2
c) Construa uma tabela com os valores da fem induzida $E_{RMS}$ em função da distância $r$ ao fio, com a corrente $I_{RMS}=2A$ (fixo). Construa uma tabela com $r$ fixo da fem induzida em função da corrente. No circuito <b>Fig.13-11</b>	0,4
d) Construa tabelas com os valores da tensão induzida $E_{RMS}$ em função da distância $r$ ao fio 1, para as regiões I e II, no circuito <b>Fig.13-12</b> .	0,4
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>6,0</b>
e) Construa os gráficos da f.e.m., induzida $E_{RMS}$ em função de $1/r$ , e em função de $I_{RMS}$ , para o circuito da <b>Fig.13-11</b> . Determine o (NS <sub>EXP</sub> ) em cada gráfico comparando a inclinação do gráfico com o valor teórico obtido pela <b>Eq.13-19</b> e <b>Eq.13-20</b> .	2,0
f) Calcule o valor teórico da f.e.m., induzida no bobina $E_{RMS}$ a 4,0 cm do fio para $I_{RMS} = 2,0 A$ , para o circuito da figura 1. Determine o desvio percentual da medida experimental da $E_{RMS}$ em relação ao valor medido pelo voltímetro em $x = 4$ cm. Use o (NS) obtido no <i>item e</i> que mais se aproximar desse valor.	1,5
g) Calcule a expressão para a f.e.m., entre os fios para correntes contrárias, no circuito da <b>Fig.13-12</b> .	1,0
h) Calcule o menor valor da tensão induzida ( $E_{RMS}$ ) na região II, através do gráfico e determine o desvio percentual da medida obtida graficamente de $E_{RMS}$ em relação ao valor calculado pela expressão para $r = d/2$ cm, no circuito da <b>Fig.13-12</b> .	1,5
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>2,0</b>
i) Análise dos resultados obtidos (discussão dos gráficos, discrepância dos valores medidos, desvios percentuais, fontes de erros, etc.).	0,5
j) Para o circuito da figura 2, discuta: <ul style="list-style-type: none"> <li>• O Que podemos esperar para o valor do campo na própria posição do fio percorrido pela corrente?</li> <li>• No experimento usamos correntes opostas passando nos dois fios, se as correntes forem de mesmo sentido, como será o gráfico do campo na região II?</li> </ul>	1,0
k) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

---

## 14| Balança de Corrente

### 14.1. Introdução Teórica

#### 14.1.1. Força agindo em um condutor que flui corrente elétrica

Em um campo magnético com uma indução magnética  $\vec{B}$ , uma força  $\vec{F}$  (força de Lorentz) age em uma carga  $q$  movendo-se com velocidade  $\vec{v}$ :

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Equação 14-1

O vetor  $\vec{F}$  (força) é perpendicular ao plano determinado pelos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ . Neste experimento os vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  estão sempre perpendiculares de modo que a relação entre seus módulos é dada pela seguinte equação:

$$F = qvB$$

Equação 14-2

$$F = |\vec{F}|, \quad v = |\vec{v}| \text{ e } B = |\vec{B}|$$

A velocidade das cargas transportadas é medida através da corrente elétrica  $I_L$  (corrente no circuito condutor). A carga total de elétrons na seção do circuito condutor de comprimento  $L$  deve ser formulada da seguinte maneira:

$$qv = I_L L$$

Equação 14-3

$I_L$  – corrente no circuito condutor

$L$  – comprimento horizontal do condutor

Das **Eq.14-2** e **Eq.14-3** obtemos para a força de Lorentz:

$$F = I_L \cdot L \cdot B$$

Equação 14-4

#### Observações importantes:

1- As linhas de campo são perpendiculares ao movimento dos elétrons ( $\vec{v}$  perpendicular a  $\vec{B}$ ), logo a força age sobre o circuito condutor para cima ou para baixo dependendo do sentido da corrente.

2- É possível que mesmo com  $B=0$ , (sem campo magnético) e com  $I_L$  grande (5A, por exemplo), aconteça mudança na medida da balança. A explicação deste efeito é que dois condutores que carregam uma corrente elétrica são atraídos mutuamente. Quando uma corrente flui, os condutores flexíveis mudam sua posição ligeiramente e isto tende a afetar a posição da balança.

3- Nas duas seções verticais do condutor as forças de Lorentz são opostas de modo que se anulam. Logo, somente a seção horizontal (de comprimento  $L$ ) afeta a força magnética medida.

4- Um dos circuitos condutores tem duas voltas ( $n=2$  ou duas espiras) sendo equivalente a um de comprimento  $2L$  e uma volta ( $n=1$ ), nº 1 de 50mm temos  $L = 50\text{mm}$ , se nº2 de 50mm temos condutor horizontal nos dois lados da espira portanto  $L = 100\text{mm}$

#### 14.1.2. Método de medição



Figura 14-1 – Montagem do experimento balança de corrente

A força agindo em um circuito conduzindo corrente em um campo magnético uniforme (força de Lorentz) será medida com uma balança. Circuitos condutores de vários tamanhos serão suspensos em torno da balança, e a força de Lorentz será determinada como uma função da corrente e da indução magnética. O campo magnético uniforme será gerado por um ímã permanente.

O sentido da força (para cima ou para baixo) deve ser determinado como uma função do sentido da corrente e do sentido do campo magnético (regra da mão direita). O módulo da força  $F$  será medido, como uma função da corrente ( $I_L$ ) no circuito condutor e a indução magnética será medida com o Teslômetro. Assim será possível obter o  $F$  pela equação:

$$F = I_L \cdot L \cdot B \text{ (V)}$$

### Observações importantes:

1- A distancia entre os condutores flexíveis deve ser tão grande quanto possível e estes devem somente ceder muito pouco, de modo que a força magnética não atue sobre eles.

2- O circuito condutor deverá ser colocado dentro do ímã de modo que reste uma distancia de aproximadamente de 4 cm para o suporte.

3- No caso do uso de fonte de tensão para alimentar o circuito é muito importante o uso de um limitador de corrente, pois o experimento é realizado fazendo uso de correntes da ordem de Ampères que podem vir a danificar o equipamento.

4- É importante observar que somente com circuito do condutor de  $L = 50 \text{ mm}$ ,  $n = 2$  (número de espiras) sendo este equivalente ao circuito de 100mm.

5- A balança é ajustada sem que haja corrente circulando através do condutor, e uma corrente do condutor de  $I_L = 5 \text{ A}$  é então ajustada na fonte.

6- Os suportes retangulares devem ser colocados no ímã com suas extremidades paralelas e com uma abertura de ar.

7- O circuito condutor deverá ser suspenso pela balança de maneira que sua seção horizontal permaneça perpendicular às linhas do campo magnético.

8- Fora do campo magnético (sem o ímã) a balança deverá ser observada com e sem corrente no circuito.

### 14.1.3. Medida com $I$ constante.

O circuito condutor será conectado a fonte de tensão através de dois condutores flexíveis (como visto na **Fig.14--1**) onde será também conectado o amperímetro (necessário para medir a corrente  $I_L$ ) em série antes de serem ligados a fonte de tensão. Também poderá ser usada uma fonte de corrente dispensando o do amperímetro, pois a corrente  $I_L$ , neste caso, será igual à corrente ajustada na fonte.

Com o condutor já imerso no ímã, deve ser realizada a medida de sua massa  $m_0$ .

### Medidas com a balança Ohaus Modelo 310

Primeiro faz-se a medida com uma casa decimal de precisão que é lida na parte inferior do leitor no ponto em que este encontra o zero da parte superior (vernier). A medida da segunda casa decimal é realizada no vernier, no primeiro ponto em que uma das linhas da graduação de baixo coincide com uma linha da graduação do vernier. E ao final somando-se os dois valores obtemos um valor com precisão de  $10^{-2}$  gramas.

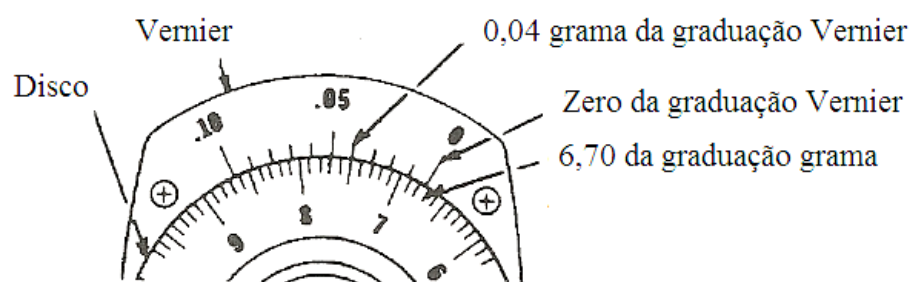


Figura 14-2 Leitura para 6,74 gramas



Feita a medida de  $m_0$  (na ausência de corrente valor inicial da massa da espira), Anote o valor de  $m_0$  deve-se ligar a fonte para permitir que haja corrente no circuito condutor. E efetuar uma nova medida de  $m$  com corrente conforme **Tab.14-1**.

Realizando o passo anterior para os diversos valores de corrente mostrados abaixo, deve ser preenchida a **Tab.14-1**.

$$m_0 = \dots\dots\dots g = \dots\dots\dots \times 10^{-3} \text{Kg}$$

$I_L$ (A)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$m$ (g)									
$\Delta m$ (g)									

**Tabela 14-1**

$$\Delta m(g) = (m - m_0) g$$

Podemos observar que a força de Lorentz será a diferença entre o valor da força peso sem corrente no circuito e com uma corrente  $I_L$  aplicada, de modo que:

$$F = \Delta m \cdot g \quad \text{força de Lorentz}$$

Onde  $g$  é a aceleração da gravidade. Força que equilibra a força magnética para cada corrente aplicada  $F_{\text{peso}} = F_{\text{mag}}$

Deve ser feito o gráfico da força de Lorentz em função da corrente  $I_L$  (como o da figura 2a).

De onde podemos através da equação a seguir, determinar o valor de  $B$ , já que  $L \cdot B$  será igual à inclinação da reta do gráfico.

$$F = I_L \cdot (L \cdot B);$$

$$(L \cdot B) = \text{inclinação do gráfico};$$

e  $L$  é o comprimento horizontal do condutor.

Meça o valor do campo no ímã com o teslômetro e Compare com o valor experimental para o campo  $B$ .

#### 14.1.4. Medida com $i_l$ constante

A montagem do circuito deve ser igual à realizada para o item anterior. Com o condutor já imerso no ímã, deve ser realizada a medida de sua massa  $m_0$ .

Feita a medida de  $m_0$  deve-se ligar a fonte para permitir que haja corrente no circuito condutor. E efetuar uma nova medida de  $m$ . É importante observar que o valor da corrente deve-se manter constante em toda essa parte do experimento.

O passo descrito acima deve ser feito para os circuitos de 12,5mm, 25 mm, 50 mm e 100mm. E os correspondentes valores de  $\Delta m$  anotados na **Tab.14-2**.

$$\text{Anote } m_0 = \dots\dots\dots g$$

$L$ (mm)	12,5	25	50	100
$m$ (g)				
$\Delta m$ (g)				

**Tabela 14-2**

Do mesmo modo que no item anterior.

$F = \Delta m \cdot g$  (força peso) equilibra a força de Lorentz (Força magnética).

Deve ser feito o gráfico da força de magnética em função do comprimento do circuito L (como o da **Fig.14-3**).

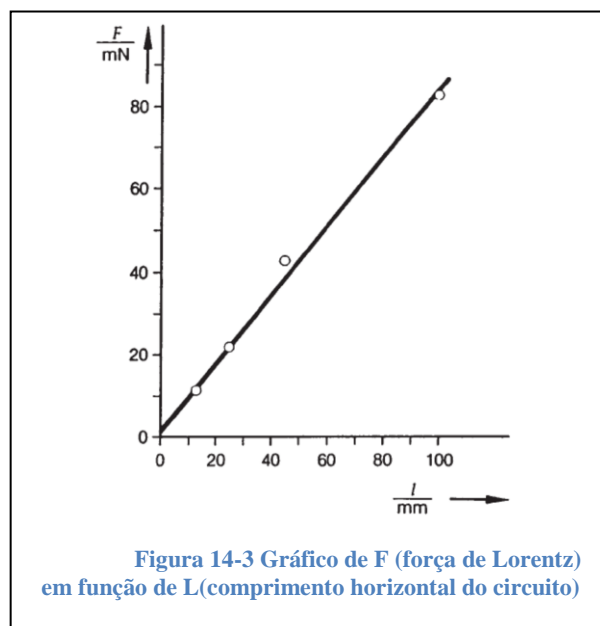
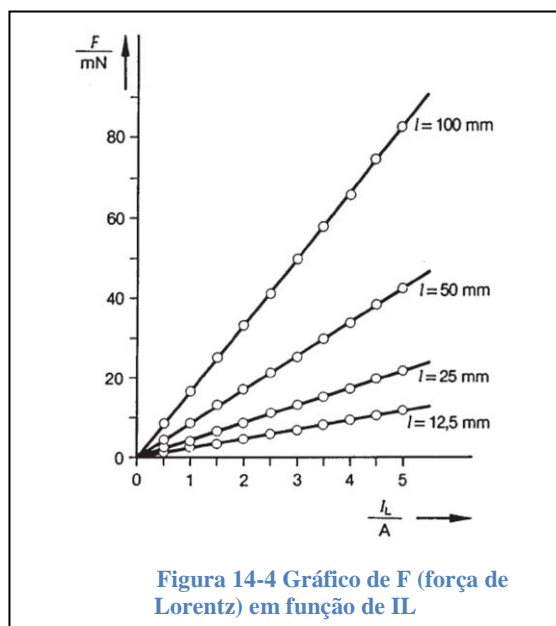
De onde podemos através da equação a seguir, determinar o valor de B, já que  $I_L \cdot B$  será igual à inclinação da reta do gráfico.

$$F = I_L \cdot L \cdot B;$$

$$I_L \cdot B = \text{inclinação do gráfico};$$

e  $I_L$  é a corrente usada no experimento.

Compare o valor experimental com o valor medido com o Teslômetro para o campo B.



## Balança de Corrente

1. Um próton se desloca com velocidade  $v$  paralela a um fio longo e reto percorrido por uma corrente  $i$ , no sentido da corrente.
  - a. Esse próton seria atraído ou repelido pelo fio? Explique.
  - b. De outro modo, um elétron se desloca em sentido contrário ao próton. Ele seria atraído ou repelido pelo fio? Explique.
2. No caso anterior, há um campo elétrico e um campo magnético gerado pela corrente que circula no fio. Explique o surgimento desses campos.
3. Escreva a expressão da força resultante que atua no próton e no elétron da questão 1 e explique cada termo.
4. No experimento de Balança de Corrente, tem-se uma espira retangular inserida no campo magnético gerado pelos polos de um ímã permanente, dispostos de modo que o polo norte se localiza à esquerda e o polo sul à direita. O lado inferior da espira é inserido entre os polos do ímã. Considerando que esse lado da espira é percorrido por uma corrente  $i$ , surge uma força magnética  $\mathbf{F}$  que puxa a espira para baixo.
  - a. Explique a origem dessa força.
  - b. O que você faria para inverter o sentido dessa força?
  - c. Calcule  $\mathbf{F}$ . Dados:  $\mathbf{B} = 100 \text{ mT}$ ,  $i = 2 \text{ A}$  e  $L = 50 \text{ mm}$  (Comprimento do lado inferior da espira).
5. Dois fios paralelos, longos e retos são percorridos por corrente  $i$ , iguais e de mesmo sentido, separados por uma distância  $d$ . Obtenha a expressão da força que atua de um fio sobre o outro. Eles se atraem ou se repelem? Mostrem nos fios os pontos onde a força magnética  $\mathbf{F}$  atua.

## Balança de Corrente

### OBJETIVOS

Análise da Força magnética de um campo magnético uniforme sobre um segmento retilíneo de corrente

### MATERIAL UTILIZADO:

Balança; Blocos polares; Placas com espiras condutoras retangulares; Fonte; Amperímetro; Cabos; Teslômetro.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:

1. Faça as ligações conforme a figura ou o diagrama de bloco do kit.



Figura 14-5 Montagem Balança Corrente

2. Pendure a espira escolhida no braço da balança e a equilibre de modo que a seção horizontal do condutor fique perpendicular às linhas de campo – sendo a seção horizontal do condutor ajustada, no CENTRO do campo uniforme (ajuste fino com parafuso no tripé).

3. Ajuste a balança e meça a massa inicial das espiras. A massa inicial  $m_0$  das espiras é determinada sem campo magnético. O campo magnético é então inserido, e a massa  $m$  (aparentemente aumentada) é medida, a Força Magnética é igual à Força obtida pela diferença entre as duas leituras de massas ( $m - m_0$ ), que corresponde ao peso necessário para equilibrar a força magnética provocada pela corrente  $I$ .

$$m_0 = \text{_____ g.}$$

4. Varie a corrente no condutor em intervalos de 0,5A, utilizando o ajuste da fonte de corrente. Anote os valores obtidos na **Tab.14-1**.

I (A)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
M(g)								

Tabela 14-3

5. Agora com a corrente fixada em  $I = 2,5$  A, substitua os condutores de corrente por outro e repita os procedimentos 3 e 4 e anotando os valores de  $m_0$  (g) e  $m$  (g). Repita para os outros condutores de corrente. Anote os dados na **Tab.14-2**.

Comprimento da Espira	Massa ( $m_0$ )	Massa ( $m$ )	Massa diferença ( $m - m_0$ )
12,5 mm			
25 mm			
50 mm			
100 mm			

Tabela 14-4

6. Usando o teslômetro efetue a medida do campo magnético no CENTRO da abertura de 1 cm do ímã permanente. Observe que antes de efetuar a medida o teslômetro deve ser “zerado” e colocado na posição de medição de campo contínuo, isso se faz colocando a ponta de prova tangencial distante do campo de atuação do ímã e ajustando o cursor de zeramento. Anote o valor de  $B$  (mT).

$$B = \text{_____ mT.}$$

14.4. Relatório	Peso
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>2,0</b>
a) Introdução teórica.	1,5
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Faça o gráfico de F (força) em função de I (corrente). Compare o gráfico obtido com o gráfico esperado. ( $F = mg$ )	2,5
d) Faça o gráfico de F (força) em função de L (comprimento). Compare o gráfico obtido com o valor esperado.	2,5
e) A partir do primeiro gráfico, determine o valor de B e compare com o valor medido diretamente na experiência com o Teslômetro.	1,0
f) Determine utilizando a <b>Eq.9-2</b> para cada corrente, represente valor mais provável corretamente e compare com obtido a partir do gráfico.	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>1,0</b>
g) Comentário, sugestões e bibliografia.	1,0

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 15| Campo Magnético em uma Espira Circular

### 15.1. Introdução Teórica

#### 15.1.1. Campo em uma espira circular

Considerando a **Fig.15-1** ela mostra a geometria para calcular o campo magnético em um ponto sobre o eixo de uma espira com corrente circular.

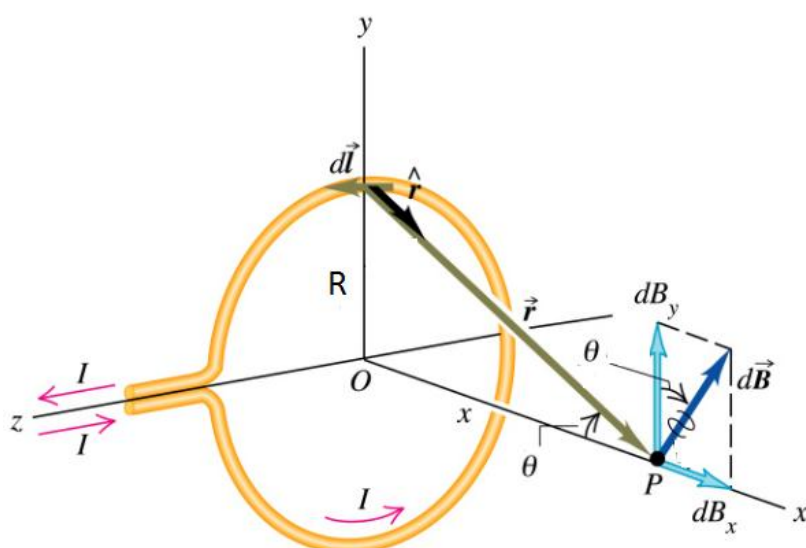


Figura 15-1 Esquema

Considere o elemento de corrente situado na parte superior da espira. Pela lei de Biot-Savart, o campo no ponto P é dado por:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{L} \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi r^2}$$

No caso de uma espira circular se deve notar que  $d\mathbf{L}$  é sempre perpendicular a  $\mathbf{r}$  e a direção do campo que é produzido pode ser determinada pela regra da mão direita. Quando se soma em torno de todos os elementos de corrente na espira, as componentes de  $d\mathbf{B}$  perpendiculares ao eixo da espira, tais como  $d\mathbf{B}_y$  somam zero, o que deixa apenas as componentes  $d\mathbf{B}_x$ , que são paralelas ao eixo.

$$dB_x = dB \sin\theta = \left( \frac{\mu_0 I dL}{4\pi (x^2 + R^2)} \right) \left( \frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR dL}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Para encontrar o campo devido a toda a espira com corrente, integra-se  $dB_x$  em torno da espira.

$$B_x = \oint dB_x = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR dL}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Uma vez que nem  $r$  nem  $R$  variam quando se soma ao longo dos elementos na espira, pode-se remover essas constantes da integral. Então,

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \oint dl$$

A integral de  $dl$  em torno da espira fornece  $2\pi R$ , assim:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} 2\pi R$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

ou mesmo:

$$B_x = \frac{N\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

**Equação 15-1 B no eixo de uma espira percorrida por corrente**

Onde:

$N = n^\circ$  de voltas de espira

$x$  = distância ao longo do eixo, até o centro da espira

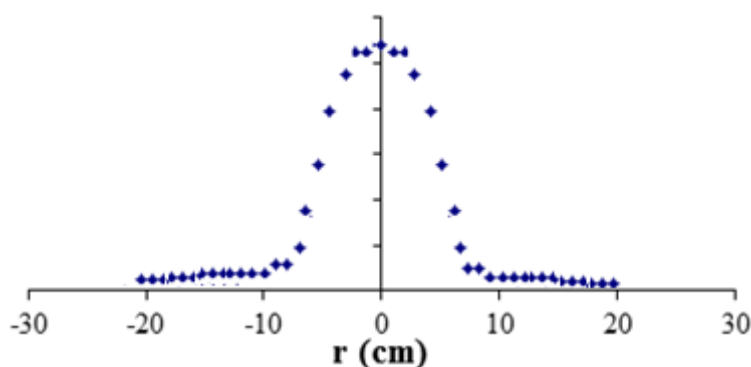
$I$  = corrente através da espira

$R$  = raio da espira

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$

A essência do experimento consiste em verificar essa fórmula, medindo-se o campo em função da distância “X”.

### B para Espira Circular



**Figura 15-2**

Na **Fig.15-2**, Representação gráfica do campo da espira circular ao longo do eixo  $x$  em relação a um ponto qualquer.

### 15.1.2. Lei de Indução de Faraday

Já sabemos que uma corrente é capaz de produzir um campo magnético, baseados nos trabalhos de Oersted e Ampère. Faraday descobriu o inverso: Um campo magnético pode gerar um campo elétrico capaz de produzir uma corrente. Percebendo que havia um fato em comum em todas as situações nas quais aparecia uma f.e.m. induzida. Analisando o grande número de experiências que ele mesmo realizou, Faraday



verificou que *sempre que uma f.e.m. induzida aparecia em um circuito, estava ocorrendo uma variação do fluxo magnético através deste circuito.*

Existem três formas diferentes de fazer variar o fluxo magnético que atravessa um circuito: Mudar o módulo de  $B$  do campo magnético; Mudar a área total da bobina ou a parte de área atravessada pelo campo magnético (aumentando ou diminuindo o tamanho da bobina, no primeiro caso, e colocando uma parte maior ou menor da bobina na região onde existe o campo, no segundo caso); Mudar o ângulo entre a orientação do campo magnético e o plano da bobina (fazendo girar a bobina, por exemplo).

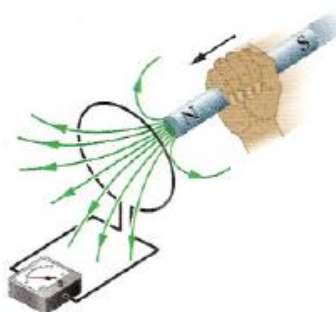


Figura 15-3 Espira submetida a um campo magnético

A **Fig.15-1** mostra uma espira submetida a um campo magnético. Se o fluxo que atravessa a espira está variando, uma tensão é induzida na espira. Como a tensão elétrica é igual ao trabalho realizado por unidade de carga, existe uma força associada a qualquer tensão. A força por unidade de carga é o campo elétrico  $\vec{E}$  que neste caso é induzido pela variação do fluxo. A integral de linha do campo elétrico ao longo de um circuito completo é igual ao trabalho executado por unidade de carga, que, por definição, corresponde à tensão induzida no circuito. Os campos produzidos por cargas estáticas são conservativos, logo o trabalho realizado pelo campo ao longo de uma curva fechada é nulo. O campo produzido por um fluxo magnético variável não é conservativo, sua integral de linha ao longo de uma curva fechada é igual à tensão induzida, que por sua vez é igual à taxa de variação do campo magnético.

$$\varepsilon = \oint_c \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt}$$

Equação 15-2 Lei de Faraday

Para uma bobina de  $N$  espiras, teremos a soma de cada espira, consequentemente:

$$\varepsilon = - N \frac{d\phi}{dt}$$

Equação 15-3 Lei de Faraday para N espiras

### 15.1.3. Lei de Lenz

Pouco depois de Faraday propor a lei de indução, Lenz inventou uma regra para determinar o sentido da corrente induzida em uma espira. Lenz percebeu que tensões induzidas e correntes induzidas sempre se opõem às variações que as produziram.

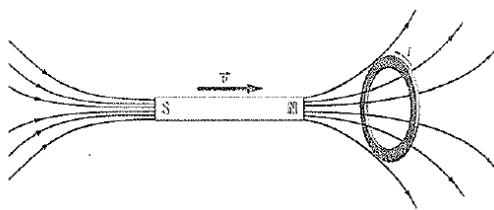


Figura 15-4 Aproximação e afastamento de um ímã próximo a uma espira

Na **Fig.15-2**, aproximando o polo norte do ímã da espira, pode-se observar que a tensão induzida na espira produz uma corrente no sentido indicado por uma seta. O campo magnético associado a esta corrente (indicado por linhas tracejadas) produz um fluxo que se opõe ao fluxo associado ao movimento do ímã.

Isto acontece porque a espira passa a se comportar como um dipolo magnético com um polo sul e norte, o momento magnético  $\vec{\mu}$  associado a este dipolo aponta do polo sul para o norte, **Fig.15-3**. Para se opor ao aumento de fluxo causado pela aproximação do ímã o polo norte da espira deve estar voltado na direção do polo norte do ímã, de modo a repeli-lo. Então a corrente terá um sentido anti-horário quando vista do lado do ímã.

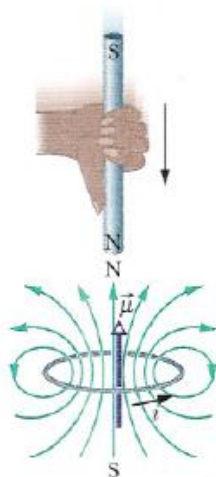


Figura 15-5 Ímã se aproximando da espira

Quando afastamos o ímã da espira (**Fig.15-4**), uma nova corrente é induzida na espira. Agora o polo sul da espira deve estar voltado para o polo norte do ímã de modo a atraí-lo e, assim, se opor ao afastamento. Logo, a corrente terá outro sentido.

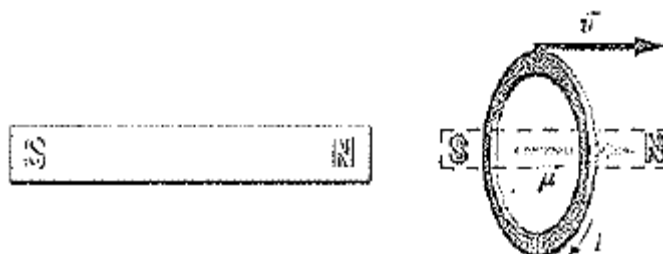


Figura 15-6 Espira se afastando do ímã

### 15.1.4. Método de medição de indução

Na prática é bastante difícil se medir um campo magnético estacionário. Para verificar o campo dado pela **Eq.15-1** anterior é aconselhável servir-se de um artifício que facilita a medição. Este artifício consiste em fazer passar uma corrente alternada através da espira e medir a tensão induzida na bobina de prova colocada em um ponto, sobre a ação do Campo Magnético.

Sendo a frequência dessa corrente bastante baixa ( $60\text{Hz}$ ), isto não afeta a distribuição espacial do campo. Daí aproveita-se o efeito de indução (Lei de Faraday) causado numa pequena bobina, colocada no ponto onde se quer medir o campo.

Têm-se:

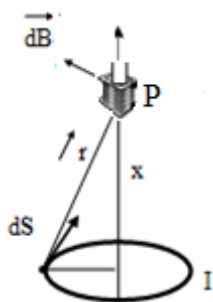


Figura 15-7 Campo de uma espira circular

Seja a corrente alternada que passa pela espira dada por:

$$I = I_o \sin \omega t$$

$$\text{onde } \omega = 2\pi f = 2\pi 60 = 120\pi$$

$f$  = frequência da rede

Pela **Eq.15-1**, o campo magnético no ponto P (veja **Fig.15-7**) será:

$$B = \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + X^2)^{3/2}} \Rightarrow B = \frac{M\mu_o R^2 I_{RMS}}{2(R^2 + X^2)^{3/2}}$$

Equação 15-4 Campo no ponto P

Calculemos agora o fluxo desse campo através da pequena bobina situada no ponto P:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \text{ (onde S é a área da bobina)}$$

Se a bobina for bastante pequena em relação à dimensão da espira, **B** será aproximadamente constante sobre a superfície da bobina, também a direção do campo não variará. Logo o fluxo pode ser aproximado por:

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int B \cdot \cos\theta \, ds \text{ ou}$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

Se colocarmos a bobina num plano perpendicular ao eixo, o ângulo entre **B** e o vetor **S** será:

$$\Phi \cong BS$$

Usando uma bobina de **N** voltas, isso se torna:

$$\Phi = N S B$$

O produto  $N S$  é denominado área efetiva da bobina exploradora.

Da Lei de Faraday, sabemos que haverá uma força eletromotriz induzida na bobina, dada por:

$$E = \frac{-d\phi}{dt} = -NS \frac{dB}{dt} = -NS \omega B_o \cos \omega t \text{ onde:}$$

$$B_o = B = \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + X^2)^{3/2}} \text{ (veja Eq.15-4))}$$

Em fase do valor da força eletromotriz induzida ser pequena é impossível medi-la com um multímetro comum. Para utilizar este instrumento, é preciso lançar mão de um amplificador de tensão, o qual deve ser posto entre a bobina e o multímetro. O valor da força eletromotriz induzida será dado, então, pelo valor de tensão lido no multímetro dividido pelo ganho do amplificador.

Geralmente, voltímetros e amperímetros para correntes alternadas indicam os valores RMS (Root Mean Square) das voltagens e correntes.

Desde que isso seja o caso em nossa experiência, podemos escrever:

$$E_{RMS} = NS\omega B_{RMS}$$

**Equação 15-5 Valor RMS**

ou seja:

$$E_{RMS} = \frac{N.S.\omega.M.\mu_o.R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} I_{RMS}$$

**Equação 15-6 Valor RMS**

Para poder tirar o valor do campo  $B_{RMS}$  da **Eq.15-6**, precisamos conhecer o valor do produto  $N.S.$ , a “área efetiva” da bobina.

Os dados da bobina utilizada em nossa experiência são:

$N$  = (número de voltas)

$S = (1/4) \pi d_m^2 = \pi r^2$  (área geométrica da bobina de prova)

$d_m$  = (diâmetro médio da bobina)

Medindo  $E_{RMS}$  e conhecendo a frequência do sinal de alimentação  $\omega = 2\pi f$  (60Hz) podemos obter o  $B_{RMS}$  no ponto P no eixo da espira circular.

### 15.1.5. Estudo do Campo Magnético de um Solenoide

O campo é constituído por um fio enrolado várias vezes, tomando uma forma cilíndrica, cada uma das voltas forma uma espira circular. Um solenoide de fio longo e reto pode ser usado para gerar um quase uniforme campo magnético, semelhante ao de um ímã de barra. Tais bobinas, chamadas de solenoides, têm um enorme número de aplicações práticas.

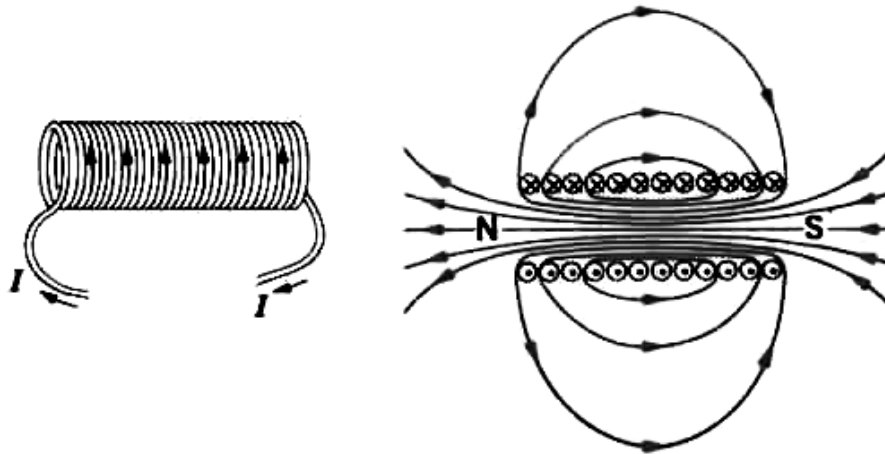


Figura 15-8

O campo magnético no eixo interior do solenoide é dado por  $B = \mu_o n I$

Onde:

$$n = \frac{N}{l} = \frac{\text{número de espiras}}{\text{unidade de comprimento}}$$

Uma corrente temporal e senoidal variável produz em um solenoide um Campo Magnético Induzido Uniforme e Força Eletromotriz Induzida - f.e.m em uma bobina introduzida no interior de um solenoide. A tensão induzida em uma Bobina de Prova colocada no Interior de um solenoide pode ser determinada utilizando a Lei de Faraday.

Para determinação da tensão induzida, é necessário primeiro determinar o fluxo magnético na bobina de prova, posicionada no interior do solenoide, ao longo do seu eixo.

A variação do fluxo com o tempo produz uma f.e.m. Induzida que será obtida pela Lei de Faraday com sinal determinado pela Lei de Lenz.

Para um solenoide com  $n$  espiras por unidade de comprimento, considerando o solenoide longo e percorrido por uma corrente  $I$ , têm-se:

$$B = \mu_o n I$$

Equação 15-7

A relação entre Fluxo  $\phi$  e f.e.m. Induzida  $\varepsilon$  é determinada pela equação:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

Equação 15-8

No caso presente, o campo magnético é produzido por um solenoide. Sendo  $B$  constante no seu interior,

$\phi = B \cdot S$  ; se a bobina de prova tem  $N$  esp.

$$\phi = B \cdot NS$$

Equação 15-9

Onde:  $B$  é o Campo Magnético,  $S$  é a área secção transversal da bobina de prova.

A equação:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int B ds \cos \theta$$

**Equação 15-10**

para  $\theta = 0$ , teremos Fluxo máximo, este é o objeto do nosso estudo.

$\phi = BS$ , para uma espira

$$\phi = BNS$$

**Equação 15-11 Para N espira na bobina de prova**

Temos que o fluxo será dado pelas equações **Eq.15-7** e **Eq.15-11**.

Então, para uma bobina de prova com  $N$  espiras:

$$\phi = NS\mu_o nI$$

**Equação 15-12**

Se uma corrente alternada  $I$ , onde  $I = I_0 \sin \omega t$ , de frequência  $f$  ou frequência angular  $\omega$  que flui pelo solenoide, produzirá uma Tensão Induzida dada pela equação (02).

Portanto temos:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \text{ e } \phi = NS\mu_o nI, \text{ a tensão induzida numa bobina de prova (N espiras,}$$

área transversal  $S$ ) é obtida:

$$\varepsilon = NS\omega\mu_o nI_0 \cos \omega t$$

**Equação 15-13**

Como podemos observar da equação acima a f.e.m. é uma função cosseno.

Para medir a f.e.m. Induzida com um instrumento convencional, multímetro analógico ou digital, devemos tomar o valor Médio Quadrático, pela **Eq.15-13**, tem-se:

$$\varepsilon_{RMS} = NS\omega\mu_o nI_{RMS}$$

**Equação 15-14**

Ilustração do gráfico da a fem. induzida no interior do solenoide, para três solenoides de comprimentos distintos.

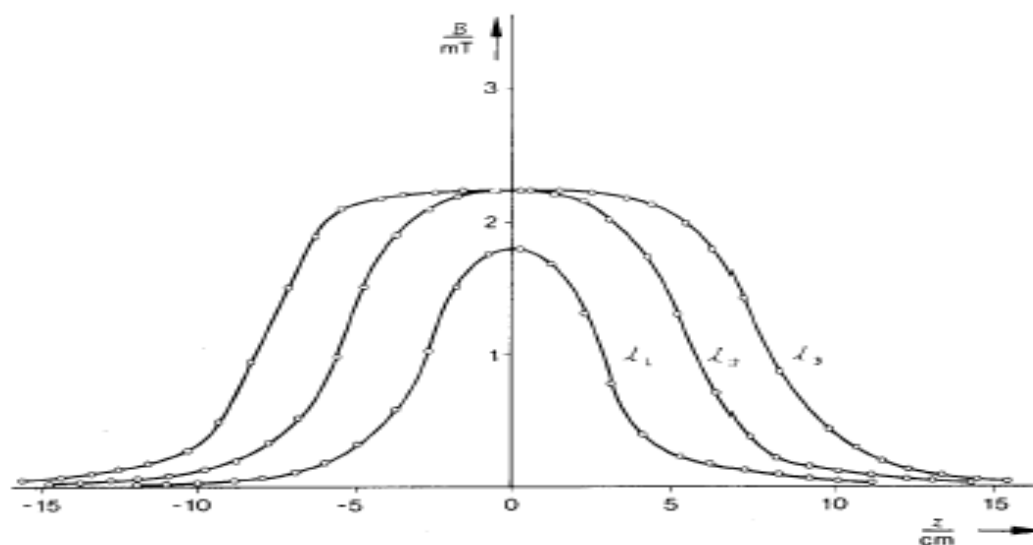


Figura 15-9 Campo no interior de um solenoide

A Força Eletromotriz Induzida pode-se denominar tensão induzida, como função da corrente no solenoide para frequência baixa.

Gráfico da fem. Induzida em função da corrente.

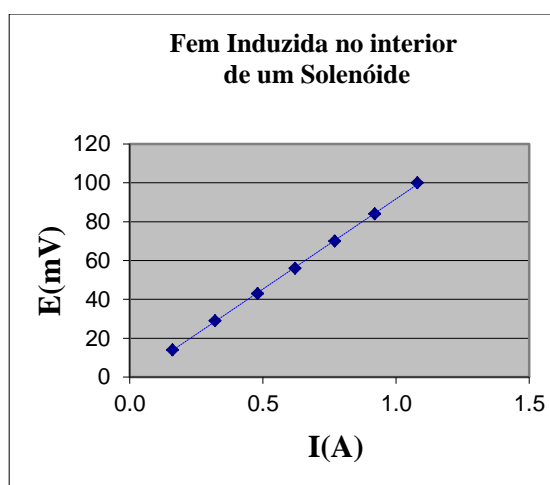


Figura 15-10

Tensão induzida como função da frequência no solenoide (corrente fixa em 0,5A).

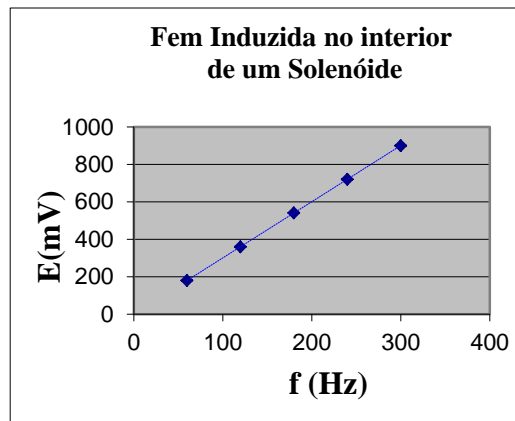


Figura 15-11

### 15.1.6. Determinação da “área efetiva” da bobina

Desde que os valores teóricos  $N.S$  (área efetiva) são aproximados, é melhor não usa-los e sim procurar calibrar a bobina, isto é, determinar o seu produto experimentalmente usando um solenoide.

Isso se faz medindo a força eletromotriz induzida na bobina de prova por um campo conhecido: o campo de um solenoide, que aproxima muito bem do solenoide ideal.

O campo de um solenoide ideal é dado por:  $B = \mu_0 n I$ , onde:

$n$  - número de espiras por metro

$I$  - a corrente atravessando o solenoide

Colocando uma bobina de prova no ponto  $P$ , obtemos, no caso de uma corrente alternada passando pelo solenoide:

$$B = \mu_0 n I_0 \sin \omega t$$

$$E = \frac{d\phi}{dt} = -NS\omega \mu_0 n I_0 \cos \omega t$$

Em valores RMS:  $E_{RMS} = NS\omega \mu_0 n I_{RMS}$

Equação 15-15  $E_{RMS}$

Portanto, por **Eq.15-15** podemos ter:

$$E_{RMS} = C I_{RMS}$$

onde,

$$C = NS\omega \mu_0 n;$$

Equação 15-16

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \text{Frequência da Rede (60Hz)}$$

Medindo  $E_{RMS}$  para vários valores de  $I_{RMS}$ , por exemplo, 10 medidas, e colocando os resultados num gráfico, podemos determinar o produto  $N.S$  com grande



precisão, desde que se conheça  $n$  (número de espiras por unidade de comprimento do solenoide).

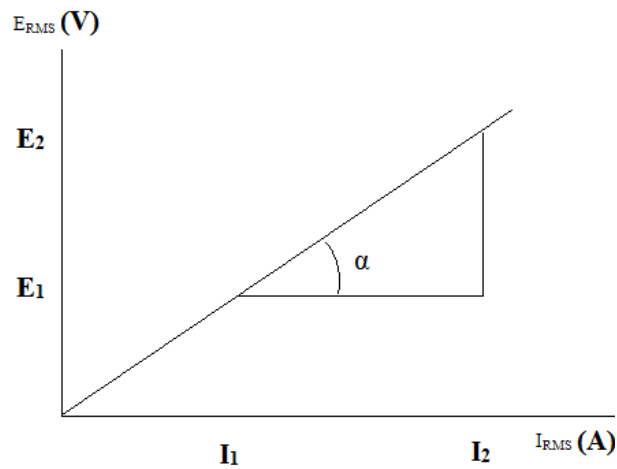


Figura 15-12 Gráfico de  $E_{RMS}$  versus  $I_{RMS}$

O gráfico de  $E_{RMS}$  versus  $I_{RMS}$  é uma reta que passa pela origem cuja inclinação é dada numericamente pela tangente da reta que representa o experimento sendo uma constante.

Pelo gráfico:

$$C = tg\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta I} \text{ (variação de tensão sobre a corrente)}$$

$C = NS\omega\mu_0 n$ ; logo, sabendo a inclinação pode-se determinar a área efetiva ( $N.S_{Exp}$ ) da bobina de prova (detecção).

## Solenoide

### OBJETIVOS:

Determinar o Campo Magnético no interior e sobre o eixo do solenoide como função: 1. da posição em relação ao centro do solenoide, 2. da corrente que flui sobre o solenoide, 3. da frequência da corrente. Determinar a Tensão Induzida como função: 1. do campo magnético, 2. da frequência do campo magnético, 3. do número de espiras da bobina de prova.

### MATERIAL UTILIZADO:

Kit do laboratório.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Faça as ligações conforme a figura ou diagrama de bloco do kit.

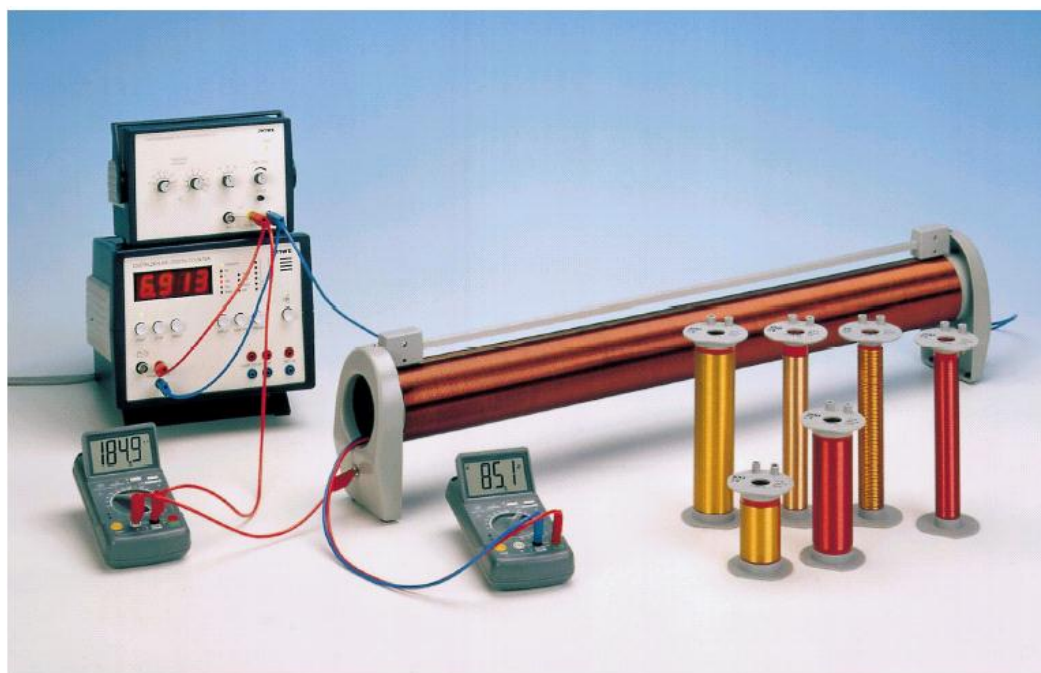


Figura 15-13

2. Conecte a fonte e aplique 1A de corrente AC.
3. Meça o valor do campo de indução magnética no eixo do solenoide, de 1 em 1 cm a partir de um ponto até o seu simétrico na outra extremidade .
4. Inicie as medições aproximadamente 10cm antes das extremidades. Anote os valores na **Tab.15-1**.

r(cm)	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
B(mT)										
r(cm)	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
B(mT)										
r(cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B(mT)										
r(cm)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B(mT)										
r(cm)	20									
B(mT)										

Tabela 15-1

5. Agora com a bobina de prova no centro do solenoide, varie a corrente 100 em 100 mA até 1 A. Anote o valor da tensão induzida sobre ela. Anote os valores na **Tab.15-2**.

I(A)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
E(rms)										

Tabela 15-2

6. Agora repita os mesmos procedimentos utilizando o teslômetro para efetuar a medida do campo magnético no centro do solenoide. Observe que no início, não precisa zerar o teslômetro em medidas de campo alternado ele zera automaticamente quando iniciamos a medida. Colocando a ponta de prova axial no centro do solenoide efetue as medidas variando a corrente de 0,1 em 0,1 Ampères, medindo o valor do Campo B (mT). Anote os valores de B (mT) na **Tab.15-3**.

I (A)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
B(mT)										

Tabela 15-3

<b>15.3. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>8,0</b>
c) Faça o gráfico de B em função de x. Compare o gráfico obtido com o esperado.	2,0
d) Faça o gráfico de E em função de I. Compare o gráfico obtido com o esperado.	2,0
e) Calcule a inclinação da reta obtida e compare com a equação da força eletromotriz induzida esperada, determine o NS para bobina de prova no interior do solenoide. (Eq.14-16)	1,0
e) Faça o gráfico de B em função de I. Compare o gráfico obtido com o gráfico esperado.	1,0
f) Compare o valor de B obtido no item c para X=0 com o VALOR de B para I = 1A Tab.10-3.	1,0
g) Pela Eq.10-14 calcule para cada valor de corrente da Tab.10-2 os Valores de $E_{RMS}$ e compare com os valores medidos da Tab.10-2 .	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>0,5</b>
h) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 16. Bobinas de Helmholtz

### 16.1. Introdução Teórica

#### 16.1.1. Bobinas de Helmholtz

Frequentemente é necessário produzir um campo magnético uniforme de baixa intensidade sobre um volume relativamente grande. Para cumprir tal tarefa é, em geral, utilizada a bobina idealizada por Hermann Ludwig Ferdinand Von Helmholtz (1821-1894), conhecida atualmente como bobina de Helmholtz a qual consiste de duas bobinas circulares, planas, cada uma contendo  $N$  espiras com correntes fluindo no mesmo sentido. A separação entre estas bobinas é igual ao raio  $R$  comum a ambas. A corrente elétrica de alimentação das bobinas pode ser contínua (CC) ou alternada (CA). As aplicações da bobina de Helmholtz são várias; por exemplo: determinação das componentes vertical e horizontal do campo magnético terrestre; anulação em determinado volume do campo magnético terrestre; calibração de medidores de campo magnético de baixa frequência; calibração de equipamentos de navegação; etc. Na área de ensino de física é usada principalmente em experimentos para a determinação da carga específica do elétron.



Figura 16-1 Bobinas de Helmholtz

Para calcular o campo magnético ao longo do eixo  $x$ , colocamos o centro de coordenadas no centro das bobinas de Helmholtz. O campo é calculado pela **Eq.16-1** (a partir da superposição dos campos magnéticos), ao longo do eixo axial ao par de bobinas, passando pelo seu centro.

#### 15.3.1. Superposição de Campo Magnético para Espiras Circulares

O arranjo de Helmholtz pode ser entendido como superposição de Campos Magnéticos de espiras circulares.

O campo magnético resultante do arranjo de Helmholtz será dado pela soma vetorial do Campo Magnético do par de espiras, neste caso devido às espiras estarem em série a soma vetorial é idêntica a soma algébrica. Sendo  $P$ , um ponto sobre o eixo a uma distância  $X$  do centro de uma delas, o campo resultante será dado pela superposição dos campos, ver **Fig.16-2**, sobre o eixo que passa pelo centro das espiras circulares axial, percorridas por uma corrente  $I$ , de mesmo módulo e sentido. Por simetria, o módulo do Campo magnético será dado pela **Eq.16-1**.

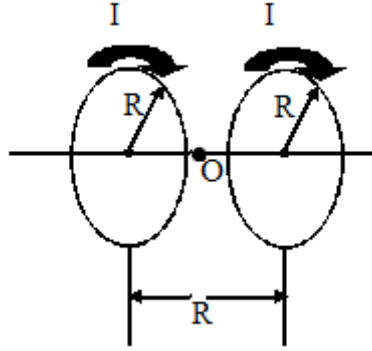


Figura 16-2 Par de Bobinas de Helmholtz

$$B = \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + X^2)^{3/2}} + \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + (R - X)^2)^{3/2}}$$

Equação 16-1

“onde X é a distância do ponto P ao centro de uma das bobinas”.

Podemos utilizar este aparato de Helmholtz para determinarmos a Força Eletromotriz Induzida sobre uma bobina de prova de área geométrica S com N espiras ao longo do eixo.

Para determinação da Força Eletromotriz Induzida sobre uma bobina de prova colocada num ponto qualquer sobre o eixo, utilizando a Lei de Faraday, temos:

Primeiro determina-se o fluxo desse campo através da pequena bobina situada no ponto P:

$$\phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{onde S é a área da bobina})$$

Se a bobina for bastante pequena em relação à dimensão da espira,  $\vec{B}$  será aproximadamente constante sobre a superfície da bobina, também a direção do campo não variará. Logo o fluxo pode ser aproximado por:

$$\phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int B \cos \theta ds \quad \text{ou}$$

$$\phi = BS \cos \theta$$

Se colocarmos a bobina num plano perpendicular ao eixo, o ângulo entre  $\vec{B}$  e o vetor  $\vec{S}$  será:

$$\phi \cong B.S$$

Usando uma bobina de N voltas, isso se torna:

$$\phi = N.S.B; \text{ onde B é dado pela Eq.16-1.}$$

O produto N S é denominado área efetiva da bobina prova.

Da Lei de Faraday, sabemos que haverá uma força eletromotriz induzida na bobina, dada por:

$$E = \frac{-d\phi}{dt} = -NS \frac{dB}{dt} = -N.S.\omega.B_o.\cos\omega t \text{ onde:}$$

$$B_o = \frac{M\mu_o R^2 I_o}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{M\mu_o R^2 I_o}{2(R^2 + (R - X)^2)^{3/2}}$$

**Equação 16-2**

A expressão para a f.e.m induzida será:

$$E = NS\omega \left[ \frac{M\mu_o R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{M\mu_o R^2}{2(R^2 + (R - X)^2)^{3/2}} \right] I_o \cos(\omega t)$$

**Equação 16-3**

$$E_{RMS} = NS\omega \left[ \frac{M\mu_o R^2 I_o}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{M\mu_o R^2 I_o}{2(R^2 + (R - X)^2)^{3/2}} \right] I_{RMS}$$

**Equação 16-4**

Em face da função descrita acima ser senoidal, poderíamos estudar seu comportamento em um osciloscópio, **Eq.16-3**, mas realizaremos medidas com o multímetro, valor RMS (Root Mean Square), **Eq.16-4**.

Voltímetros e Amperímetros para correntes alternadas indicam os valores RMS (Root Mean Square) das voltagens e correntes.

Para a nossa experiência, podemos escrever:

$E_{RMS} = N.S.\omega.B_{RMS}$ , se conhecido o NS (área efetiva da bobina) podemos determinar o Campo magnético no eixo e no ponto escolhido medindo-se apenas a tensão induzida na bobina de prova colocada no ponto e conhecendo-se a frequência do sinal que origina o Campo.

Ou seja:

$$E_{RMS} = NS\omega R^2 \mu_o \left[ \frac{1}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{2(R^2 + (R - x)^2)^{3/2}} \right] I_{RMS} \quad (a)$$

$$E_{RMS} = NS\omega R^2 \mu_o \left[ \frac{1}{2(R^2 + (r - R/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{2(R^2 + (R - (r + R/2))^2)^{3/2}} \right] I_{RMS} \quad (b)$$

**Equação 16-5**

$$\text{Onde } -\frac{R}{2} \leq r \leq \frac{R}{2}$$

A **Eq.16-5**, pode ser expressa pela **Eq.16-6** em função de 'r', sendo 'r' um ponto qualquer ao longo do eixo do par de bobinas de Helmholtz, onde 'r=0' no ponto entre as bobinas e equidistante dos seus centros.

$$B_r = \frac{M\mu_o R^2 I}{2((R^2 + (r - \frac{R}{2})^2)^{3/2})} + \frac{M\mu_o R^2 I}{2((R^2 + (r + \frac{R}{2})^2)^{3/2})} ; \text{Onde } -\frac{R}{2} \leq r \leq \frac{R}{2}$$

**Equação 16-6**

O gráfico da f.e.m. no eixo de uma espira circular em função de  $x$  na **Fig.16-3** abaixo:

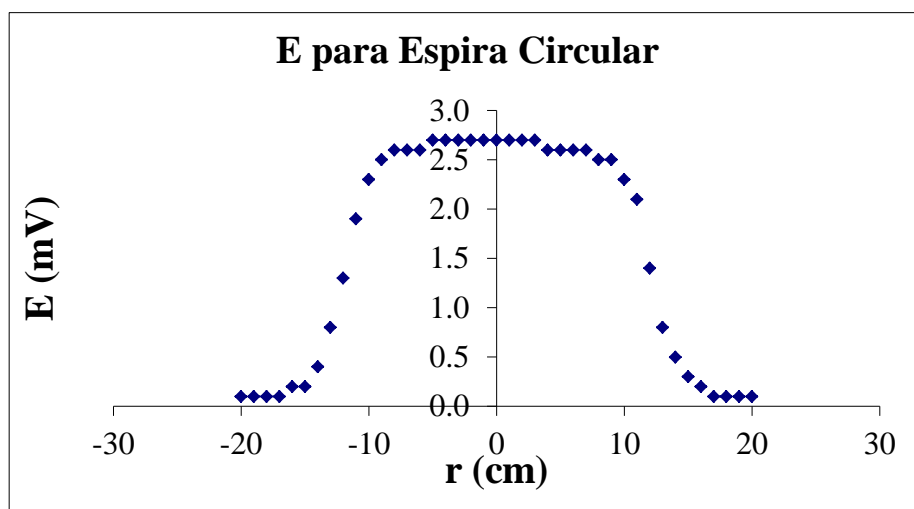


Figura 16-3



#### 15.4. Pré Verificação

### Campo Magnético em uma Espira Circular

1. Mostre que em um ponto a uma distância  $x$  do centro de uma espira circular de raio  $R$  sobre o eixo da espira. O campo magnético é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

2. No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron gira em torno do núcleo numa trajetória circular de raio  $5,1 \times 10^{-11}$  m. A quantidade de carga que passa em qualquer ponto da órbita por unidade de tempo é  $1,1 \times 10^{-3}$  A. Calcule o valor de  $B$  no centro da órbita.
3. Encontrar a expressão da f.e.m., induzida em uma bobina de prova quando ela for colocada em um ponto qualquer sobre o eixo da espira circular.
4. Quais as propriedades que podemos observar ao aplicar a lei de Biot-Savart para o cálculo do campo magnético no centro de uma espira circular?
5. O campo de uma espira circular é uniforme? Explique.
6. Mostre, pela lei de Biot-Savart que a expressão para o campo  $B$  no centro de uma secção circular de ângulo  $\theta$  e comprimento de arco  $l$  e raio  $R$  é:

$$B = (\mu_0 I \theta) / (4\pi R), \text{ onde } \theta \text{ em radiano.}$$

# Bobinas de Helmholtz

### OBJETIVOS:

Medir o campo magnético, utilizando o teslômetro, ao longo do eixo axial ao par de bobinas de Helmholtz e verificar o comportamento do campo ao longo do eixo. Medir a f.e.m. induzida em uma bobina de prova ao longo do eixo, observando que o Campo Magnético  $B$  e a f.e.m. induzida  $\varepsilon$  possui valor máximo no ponto equidistante dos centros entre as bobinas.

### MATERIAL UTILIZADO:

Kit do laboratório.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1- Monte o par de Bobinas de Helmholtz conforme a figura. (já ajustado)

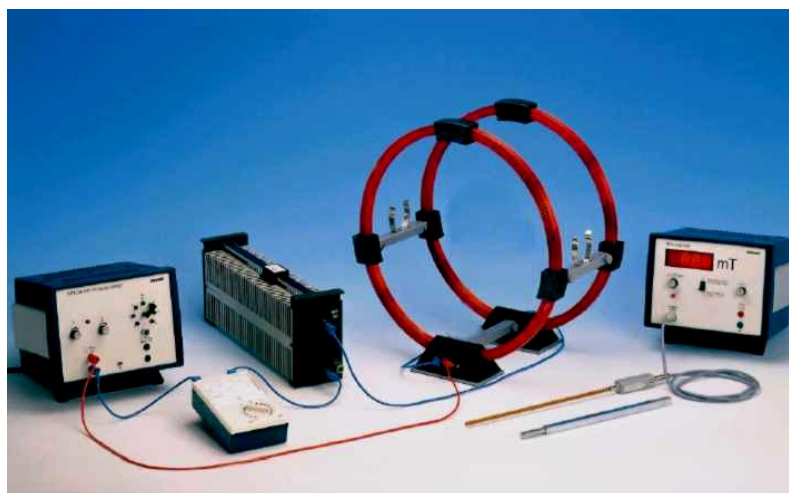


Figura 16-4

2- Verifique (observe) as ligações da montagem, conforme a figura ou o diagrama de bloco do circuito.

3- Insira uma bobina de prova na vareta e posicione no ponto médio entre as bobinas para a montagem.

4- Aplique para a fonte de tensão de 14 volts anote a corrente  $I = \underline{\hspace{2cm}}$

5- Faça medidas do Campo de Indução Magnética  $B$  (mT), utilizando o teslômetro para efetuar a medida do campo magnético no eixo axial do par de bobinas de Helmholtz, variando de 1 em 1 cm, de -20 até +20cm. Observe que antes de efetuar a medida o teslômetro não precisa ser “zerado por que vamos efetuarmos medidas alternadas”. Anote os valores de  $B$  (mT) na **Tab.16-1**.

Coloque a chave na posição de medição de campo alternado.

**Observação:** A região à direita do ponto médio  $X$  será considerada positiva e a esquerda negativa.

r(cm)	-20	-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11
$B_{RMS(mT)}$										
r(cm)	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$B_{RMS(mT)}$										
r(cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B_{RMS(mT)}$										
r(cm)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$B_{RMS(mT)}$										
r(cm)	20									
$B_{RMS(mT)}$										

Tabela 16-1

5- Efetue uma medida do Campo de Indução Magnética  $B$  (mT), utilizando o teslômetro para efetuar a medida do campo magnético no CENTRO do par de bobinas de Helmholtz. Anote o valor  $B = \underline{\hspace{2cm}}$  mT. Observe que antes de efetuar a medida o teslômetro não precisa ser zerado porque vamos efetuar medidas alternadas.

Compare o valor medido com o valor calculado através da **Eq.16-6** para  $r = 0$ .

6.- Varie a posição da bobina de prova de 1 em 1 cm, e realize a medição da tensão induzida sobre ela. Anote os valores na **Tab.16-2**. Meça a tensão Eletromotriz Induzida ( $\epsilon$ ) sobre a bobina de -20 cm até 20 cm, o ponto médio entre as bobinas é considerado o de referência.

r(cm)	-20	-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11
E(rms)										
r(cm)	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
E(rms)										
r(cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E(rms)										
r(cm)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
E(rms)										
r(cm)	20									
E(rms)										

Tabela 16-2

<b>16.3. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>8,0</b>
c) Apresente os dados obtidos.	1,0
d) Faça o gráfico de B em função de X. Compare o gráfico obtido com o esperado (Pela <b>Eq.16-6</b> , com $X=R/2$ ).	2,0
e) Para $X = 0$ , determine pelo gráfico, o valor da fem induzida.	1,5
f) Para $X = 0$ , determine pelo gráfico, o valor de B e compare com o valor medido para $X = 0$ na <b>Tab.16-1</b> .	1,5
g) Para $r = 0$ , calcule o valor teórico da Indução Magnética pela <b>Eq.16-5 (b)</b> e compare com o valor determinado no item e.	1,0
h) O que você conclui a partir do gráfico de E comparado com o de B?	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>0,5</b>
i) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

## 17. Momento de um Campo Magnético

### 17.1. Introdução Teórica

#### 17.1.1. Torque sobre uma espira

Em um campo magnético uniforme, uma espira percorrida por uma corrente elétrica não está sujeita a uma força resultante, mas a um torque que tende a provocar a sua rotação.

A orientação de uma espira de corrente é descrita pelo vetor unitário normal  $\hat{n}$  ao seu plano, a regra da mão direita define a direção e o sentido deste vetor, **Fig.17-1**.

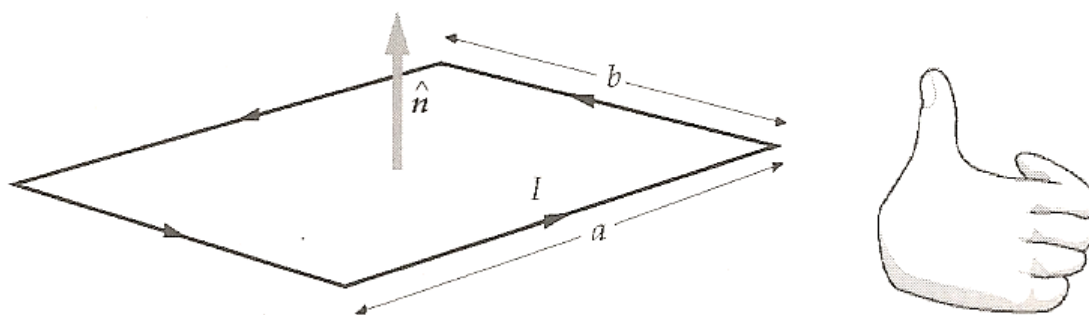


Figura 17-1

A **Fig.17-2** mostra as forças que um campo magnético uniforme exerce sobre uma espira retangular cujo vetor unitário normal faz um ângulo  $\theta$  com o vetor do campo magnético  $\vec{B}$ . A força resultante do campo sobre a espira é nula. As forças  $F_1$  e  $F_2$  têm módulo:

$$F_1 = F_2 = IaB$$

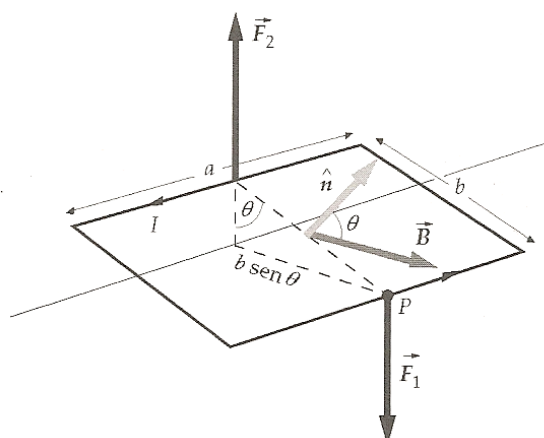


Figura 17-2

Estas duas forças constituem um par de forças cujo torque, em relação a um ponto não depende da posição do ponto. Calculemos, pois, o torque deste par de forças em relação ao ponto  $P$ .

O módulo do torque é:

$$\tau = F_2 b \sin\theta = IaBb \sin\theta = IAB \sin\theta$$

Em que  $A = ab$  é a área da espira. No caso de uma espira ter  $N$  voltas, o torque tem o módulo:

$$\tau = NIAB \sin\theta$$

Este torque tende a fazer a espira girar de modo a ficar com o plano perpendicular ao vetor  $\vec{B}$  (isto é, de modo que o vetor  $\hat{n}$  tenha a mesma direção que  $\vec{B}$ ).

É conveniente escrever o torque em termos do momento de dipolo magnético (também conhecido simplesmente como momento magnético) da espira, que se define como:

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

Equação 17-1

A unidade SI de momento magnético é  $A.m^2$ . Em termos deste momento de dipolo magnético, o torque sobre uma espira de corrente é dado por:

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Equação 17-2

A **Eq.17-2** foi deduzida para uma espira retangular, mas vale para qualquer espira plana.

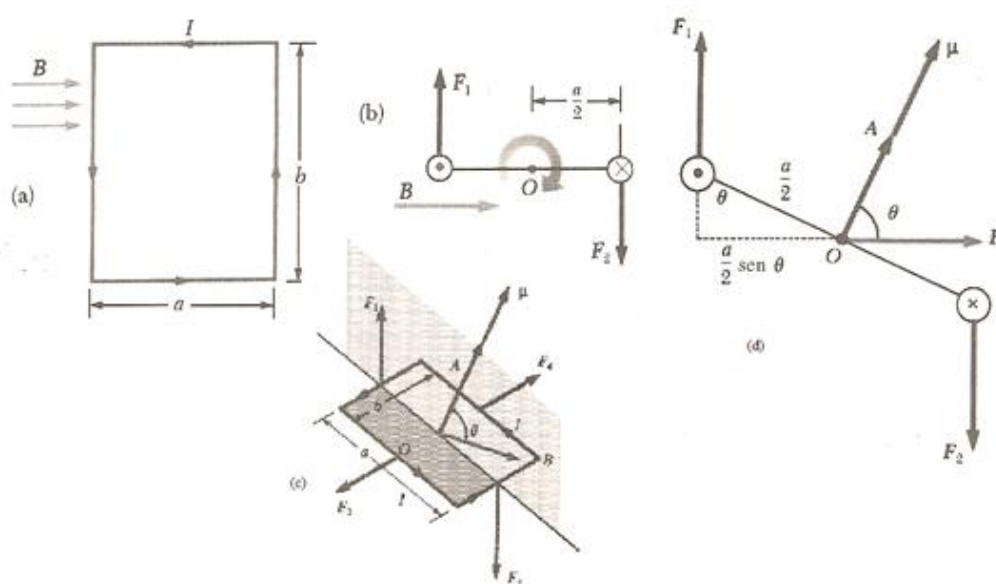


Figura 17-3

Considere o torque em relação ao ponto  $P$  no centro, **Fig.17-3(a)**, onde temos a vista frontal de uma espira retangular num campo magnético uniforme. Não, há forças sobre os lados  $a$ , paralelos a  $\mathbf{B}$ , mas há sobre os lados de comprimento  $b$ . **Fig.17-3(b)**, Vista pelo fundo da espira retangular, mostrando que as forças  $F_1$  e  $F_2$  sobre os lados de comprimento  $b$  provocam um torque que tende a girar a espira no sentido horário, como mostra a figura. **Fig.17-3(c)**, espira de corrente, retangular, cuja norma faz um ângulo com um campo magnético uniforme. As forças sobre os lados  $a$  se cancelam, enquanto as forças sobre os lados  $b$  provocam um torque sobre a espira. **Fig.17-3(d)**, vista transversal da espira pelo lado  $b$ . O momento magnético  $\mu$  está na direção normal ao plano da espira.

Pela **Fig.17-3(c)** tem-se que as forças magnéticas  $F_3$  e  $F_4$  se cancelam e não provocam qualquer torque, pois passam por uma origem comum. Porém as forças  $F_1$  e  $F_2$  provocam um torque em relação a qualquer ponto. Através da **Fig.17-3(d)** observamos que o braço do momento da força  $F_1$  em relação ao ponto  $O$  é igual a  $(a/2)\sin\theta$ . Da mesma forma, o braço do momento da força  $F_2$  em relação a  $O$  também é  $(a/2)\sin\theta$ . Uma vez que  $F_1 = F_2 = IbB$ , o torque resultante, em relação a  $O$ , tem o valor dado por:

$$\begin{aligned}\tau &= F_1 \frac{a}{2} \sin\theta + F_2 \frac{a}{2} \sin\theta \\ \tau &= IbB \left( \frac{a}{2} \sin\theta \right) + IbB \left( \frac{a}{2} \sin\theta \right) = IabB \sin\theta \\ \tau &= NIAB \sin\theta = NIA \times B = \vec{\mu} \times \vec{B}\end{aligned}$$

### 17.1.2. Momento utilizando as bobinas de Helmholtz

Um condutor circular pelo qual circula uma corrente  $I$ , em um campo magnético uniforme sofrerá um torque. Este é determinado como função do raio, do número de voltas, da corrente que percorre o condutor e da força do campo externo.

Com uma volta completa  $C$  e sabendo que flui uma corrente  $I$ , um momento magnético  $\vec{\mu}$  é definido:

$$\vec{\mu} = \frac{I}{2} \oint_C \vec{r} \times d\vec{r} = I \oint_A d\vec{\Omega}$$

Equação 17-3

$A$  é alguma área dada, o limite de qual é  $C$ . Um campo magnético com densidade  $\vec{B}$  de fluxo exerce um torque  $\tau$  em um momento magnético, segundo **Eq.17-2**.

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Figura 17-4

Se o campo magnético varia com a posição, as partes individuais de um condutor circular são sujeitas a diferentes torques. É então desejável trazer o condutor circular para um campo magnético uniforme. Duas bobinas, montadas como mostrado na **Fig.17-4**, e cujo raio é igual à distância entre elas (arranjo de Helmholtz), são usadas para produzir um campo magnético uniforme.

Para o modelo em estudo, em que o condutor circular está em um plano cujo centro é axial ao plano do par de bobinas, e percorrido por uma corrente  $I$  com diâmetro  $d$  e  $n$  espiras,

$$\vec{m} = In\vec{A}$$

Equação 17-4

$$|\vec{m}| = In \frac{\pi}{4} d^2 = In\pi r^2$$

onde:

$A$  é o vetor de área;

$I$  é a corrente que circula em um condutor circular;

$d$  diâmetro do condutor circular;

$n$  número de espiras do condutor circular.

Se a corrente  $I'$  percorre o Par de Bobinas de Helmholtz, então, de **Eq.17-2**:

$$|\vec{T}| = cIn|\vec{A}|I' \sin \theta$$

Equação 17-5

onde:  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{B}$  e o plano do vetor  $\vec{A}$ ;

$c$  é o fator constante do Par de Bobinas de Helmholtz,



$$e B = c I \text{ e } c = \frac{N \mu_o}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} R}$$

Pela Equação **Eq.17-5**, poderemos realizar cinco modelos experimentais diferentes:

1. O Torque em um condutor circular em função da corrente que circula pelo par de Bobinas de Helmholtz.
2. O Torque em um condutor circular em função do ângulo  $\theta$  entre o Campo Magnético do Par de Bobinas de Helmholtz e o Momento Magnético.
3. O Torque em um condutor circular em função do número de espiras do condutor circular (lembre-se que neste caso os condutores devem ter o mesmo raio).
4. O Torque em um condutor circular em função do raio do condutor circular.
5. O Torque em um condutor circular em função da corrente que circula pelo condutor circular (Lembre-se que neste caso a corrente que circula pelo Par de Bobinas de Helmholtz é mantida constante).

Nosso objeto de estudo será concentrado nos modelos (1) e (2), conforme ilustração abaixo para o caso teórico.

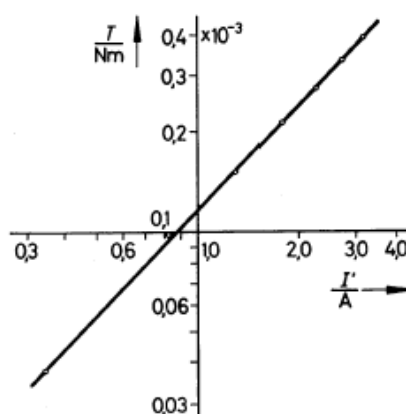


Figura 17-5

Na **Fig.17-5** temos a contribuição do torque para um momento magnético em um campo magnético uniforme em função da corrente  $I$  (Bobinas de Helmholtz).

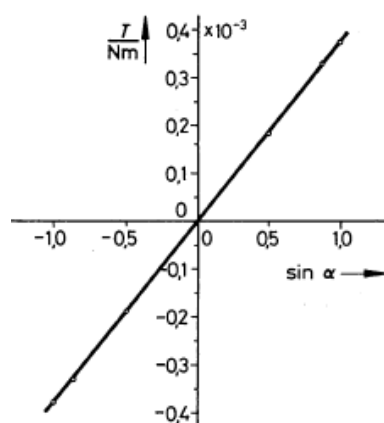


Figura 17-6

Na **Fig.17-6** temos a contribuição do torque para um momento magnético em um campo magnético uniforme em função do ângulo entre o campo magnético e o momento magnético.

A montagem experimental é realizada como na **Fig.17-4**. Conexão em série é recomendada, de forma que o mesmo campo magnético é induzido em ambas bobinas. No arranjo de Helmholtz que pode ser construído com o espaçamento de modo que seus centros estejam separados por uma distancia igual ao próprio raio, as bobinas são organizadas invertidas, de forma que as conexões 1-1 ou 2-2 devem ser unidas (pela conexão em série). Em operações contínuas a corrente não deve exceder 3A.

A conexão dos fios para o suporte da bobina deverá ser pendurada livremente. Eles devem ser torcidos juntos, de forma que nenhum momento adicional seja produzido.

O zero da balança de torção deverá ser verificado frequentemente, uma vez que movimentos rotativos podem deslocar as pontas de conexão.

Muitos poucos torques ocorrem, quando medimos este como função da corrente das bobinas de Helmholtz e do ângulo. É recomendado então usar apenas a bobina com 3 voltas e raio 6cm.

Os ângulos devem ser fixados em intervalos de 15°, através de uso de entalhes no canal da bobina.

## 17.2. Guia do Experimento

# Momento de um Campo Magnético

### OBJETIVOS:

Estudo e análise do Torque, fluxo magnético, campo magnético uniforme, Bobinas de Helmholtz. Onde o modelo de estudo é a determinação do torque devido a um momento magnético em um campo magnético uniforme, como função: 1. da força do campo magnético; 2. do ângulo entre o campo magnético no momento magnético; 3. da força do momento magnético.

### MATERIAL UTILIZADO:

Par de bobinas de Helmholtz; Condutores circulares montados; Dinamômetro de Torção, 0,01N; Cabo de bobina para 02416.00; Fonte de Tensão Universal; Fonte de tensão variável 15VAC/12VDC/5A; Multímetro digital; Base de suporte; Haste de suporte; Braçadeira de ângulo; Cabo de conexão, 750mm, vermelho; Cabo de conexão, 750mm, azul.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

#### Parte 1

1. Faça as ligações conforme a **Fig.17-7** ou diagrama de bloco do kit. (já ajustada)



**Figura 17-7 Montagem experimental para determinar a contribuição do torque para um momento magnético em um campo magnético.**

3. Ajuste o condutor circular de forma que fique perpendicular ao campo do par de bobinas de Helmholtz. (já ajustado)

4. Zere o dinamômetro de torção.

5. Conecte a fonte de tensão à bobina de prova (condutor circular), posicione em 2V DC, “quando for efetuar as medidas”. Ligue o amperímetro em série entre a bobina de prova (condutor circular) e a fonte de tensão.

6. Ligue a fonte de corrente ao par de bobinas de Helmholtz

7. Varie a corrente de 0,5 em 0,5A. Para cada corrente ocorre um torque no condutor circular. Ajuste a posição de equilíbrio do condutor circular e meça o torque. Anote os valores na **Tab.17-1**

I(A)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
T (mN)							

Tabela 17-1

## Parte 2

8. Desligue a fonte de tensão da bobina de prova.

9. Ajuste o condutor circular de  $15^\circ$  em  $15^\circ$  até  $90^\circ$ . A corrente do par de bobinas de Helmholtz será 2,0A. Observe as marcações no corpo giratório do condutor circular que correspondem a  $30^\circ$ .

10. Para cada ângulo ligue a bobina de prova na posição 2V DC, fazendo passar corrente pela bobina provocando um torque.

11. Ajuste a posição de equilíbrio do condutor circular e meça o torque.

12. Anote os valores obtidos na **Tab.17-2**.

$\emptyset$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
T (mN)						

Tabela 17-2

17.3. Relatório	Peso
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1,5</b>
a) Introdução teórica.	1,0
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>8,0</b>
c) Apresentação dos dados obtidos.	0,5
d) Faça o gráfico de $\tau$ (torque) em função de I (corrente).	2,0
e) Calcule a inclinação do gráfico e compare com a equação do Torque para $\phi=90^\circ$	1,0
f) $\tau = C \cdot I_C \cdot n \cdot A \cdot I_H \cdot \sin \phi$ , sendo A = área efetiva do condutor circular, $I_C$ = corrente do condutor circular, $I_H$ = corrente no Par de Bobinas de Helmholtz, C = fator constante do Par de Bobinas de Helmholtz e $\phi$ = ângulo do entre o eixo do condutor circular e o eixo do par de bobinas de Helmholtz; descreva as possibilidades de realização do experimento.	1,5
$C = \frac{N\mu_0}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} R}; \quad A = \pi r_c^2$	
g) Faça o gráfico do $\tau$ (torque) versus $\sin \phi$ .	2,0
h) Calcule a inclinação do gráfico e compare com a equação do torque <i>item f.</i> (interprete o resultado calculando o valor do C).	1,0
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>0,5</b>
i) Comentário, sugestões e bibliografia.	0,5

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

---

## 18. Campo Magnético da Terra

### 18.1. Introdução Teórica

#### 18.1.1. Campo Magnético da Terra

Todos nós sabemos que a terra tem se comportado durante milhões de anos como imã. O seu campo magnético tem exercido enorme influência não só nos caracteres naturais, mas na própria evolução do homem. O seu campo magnético circula e atravessa toda superfície de maneira razoavelmente parecida com o campo produzido por um dipolo. A origem do campo magnético terrestre tem sido durante muito tempo motivo de controvérsias nos meios científicos, sendo atualmente aceita a teoria do dínamo regenerativo desenvolvida por E. C. BULLARD e W.M. ELASSER.

De acordo com a teoria do dínamo regenerativo, a terra não possui campo magnético próprio. Todavia, campos magnéticos fracos estão sempre presentes na galáxia. Se um deles está no núcleo da terra, o campo influenciou os movimentos do núcleo. Sob circunstâncias adequadas o movimento do núcleo, que é constituído de material “FERRO MAGNÉTICO”, criou um campo magnético próprio.

#### 18.1.2. Discussão do Método Experimental Utilizado

Sabemos que uma bússola se alinha segundo a direção do campo magnético ao qual a mesma está sendo submetida. O exemplo mais comum deste fato é o alinhamento permanente da agulha de uma bússola com a direção do campo magnético da terra. Se submetermos uma bússola qualquer ao efeito do campo magnético criado no laboratório a mesma não irá mais se alinhar segundo a direção do campo da terra, mas segundo a do campo resultante.

$$\vec{B}_r = \vec{B}_h + \vec{B}_a$$

$\vec{B}_r$  - Campo magnético resultante

$\vec{B}_h$  - Componente horizontal do campo da terra

$\vec{B}_a$  - Campo criado no laboratório

Na **Fig.18-1**, temos a posição do ponteiro da bússola antes da aplicação do campo criado no laboratório.

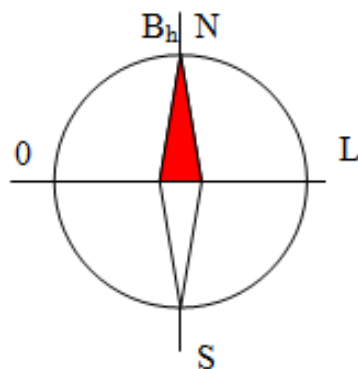


Figura 18-1

Na **Fig.18-2**, temos a posição do ponteiro da bússola depois da aplicação do campo criado no laboratório.

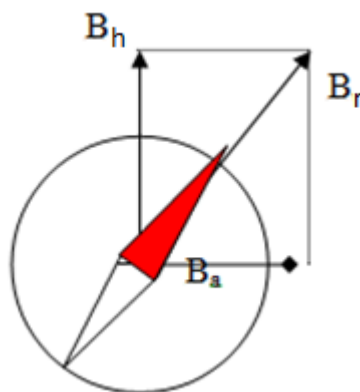


Figura 18-2

Como a direção do campo magnético resultante depende dos valores de  $B_h$  e  $B_a$ , podemos variar a direção do ponteiro da bússola variando o valor de  $B_a$ .

Observando a **Fig.18-2**, podemos escrever:

$$\vec{B}_r = \vec{B}_a + \vec{B}_h$$

$$\tan \theta = \frac{B_a}{B_h} \Rightarrow B_h = \frac{B_a}{\tan \theta}$$

Se  $\theta$  for igual a  $45^\circ$ :  $B_h = B_a$

Como podemos ver, o valor de  $B_h$  pode ser obtido a partir de  $B_a$  e do valor do ângulo.

O campo artificial  $B_a$  é criado por uma bobina quadrada, de lados  $2a$  (**Fig.18-3**). O campo no centro desta bobina é perpendicular ao plano da mesma e pode facilmente ser calculado, bastando para isso, que calculemos o campo produzido por um dos lados da bobina e multipliquemos por quatro.

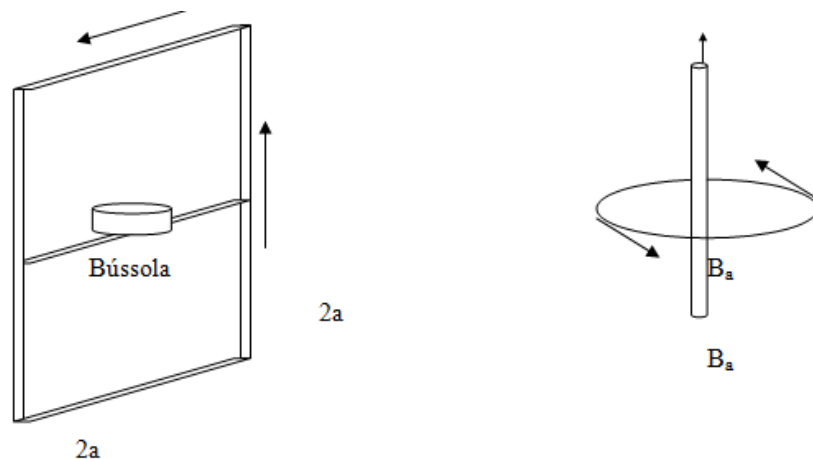


Figura 18-3

Para isto, sabemos que o campo produzido por um fio percorrido por uma corrente num ponto P equidistante das extremidades pode ser dado por:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi y} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

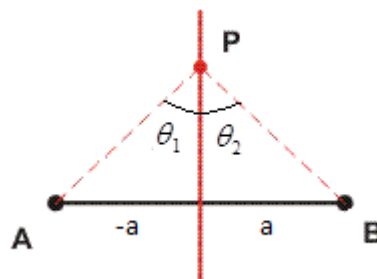


Figura 18-4 Representação do campo produzido por um dos lados da bobina

Sendo  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $y = a$ ,

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a} 2 \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a} (2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a} \sqrt{2} \Rightarrow B_p = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{4 \pi a}$$

Para uma dada espira, o campo no seu centro será 4 vezes esse valor. No nosso caso temos uma espira quadrada isto é,  $y = a$ . Assim, fazendo  $B_a = 4B_p$  e substituindo  $y=a$ , o campo resultante  $B_a$  será dado por:

$$B_a = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{\pi a}$$

Como temos oito voltas de fios, o campo no centro da bobina será 8 vezes esse valor:



$$B_a = \frac{8\mu_o\sqrt{2}}{\pi a} I$$

Equação 18-1

Podemos observar que  $B_a = CI$ , onde

$$C = \frac{8\mu_o\sqrt{2}}{\pi a}$$

Sabendo as dimensões da bobina quadrática e o valor da corrente que passa pela mesma podemos calcular  $B_a$  (campo magnético artificial no centro da bobina) e , consequentemente, saber qual o valor de  $B_h$  (componente horizontal do campo magnético da terra).

O valor esperado para componente horizontal do Campo da Terra, em nosso laboratório, é de  $B_h=0,23$  gauss, onde 1 gauss é  $10^{-4}$  T (tesla).

### 18.1.3. Uso do sistema Bobina-Bússola como amperímetro

Para uma bússola colocada no centro da espira, podemos observar que a tangente de  $\theta$ , resultante da deflexão da agulha da bússola, é proporcional ao valor da corrente que circula na espira, isto ocorre em consequência de que o campo magnético artificial  $B_a$  é proporcional a corrente **Eq.18-1**, ou seja, conhecendo-se  $\theta$  podemos determinar a corrente  $I$  e vice-versa.

Podemos então utilizar o nosso sistema como um amperímetro. Colocando em série um resistor com a espira quadrada e medindo a tensão nos terminais do resistor, podemos indiretamente determinar o valor da resistência utilizando a razão  $V$  sobre  $I$ , ou seja:

$$R = \frac{V}{I}$$

### 18.1.4. Fundamentação Teórica

Um campo magnético constante, no arranjo em série de um par de bobinas, de modo que, as correntes estejam no mesmo sentido, produzindo um campo uniforme entre as bobinas, estando a bússola posicionada no ponto equidistante dos seus centros e entre as bobinas e alinhada inicialmente com a componente horizontal do campo magnético da Terra. A direção do campo produzido pelo par de bobinas devido às correntes é perpendicular a componente horizontal do campo da Terra. O campo magnético da Terra pode ser calculado a partir do campo resultante.

Para determinarmos a Componente Horizontal do Campo Magnético da Terra Vamos utilizarmos o arranjo Experimental de Helmholtz com  $X = R/2$ , ponto equidistante dos centros e entre as bobinas de Helmholtz, sobre o eixo, cujo valor será:

$$B = \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + X^2)^{3/2}} + \frac{M\mu_o R^2 I_o \sin \omega t}{2(R^2 + (R - X)^2)^{3/2}}$$

Tomando o valor eficaz da corrente (valor médio quadrático) no ponto médio;

$$X = R/2$$

$$B_a = \frac{M\mu_o I_{RMS}}{(5/4)^{3/2} R}, \text{ onde } C = \frac{M\mu_o}{(5/4)^{3/2} R}; \quad B_a = CI_{RMS}$$



Figura 18-5

Coloca-se o arranjo Experimental de Helmholtz de modo que a Componente Magnética  $B_h$  fique perpendicular a componente horizontal Magnética  $B_a$  da Terra. A bússola será o orientador da Componente Horizontal.

Na **Fig.18-6**, temos a posição do ponteiro da bússola antes da aplicação do campo criado no laboratório.

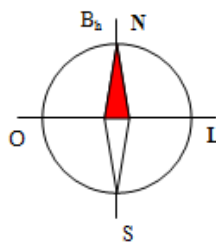


Figura 18-6

Na **Fig.18-7**, temos a posição do ponteiro da bússola depois da aplicação do campo criado no laboratório, e na **Fig.18-8** o arranjo da bússola / Bobinas de Helmholtz.

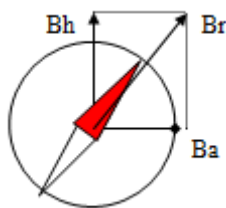


Figura 18-7

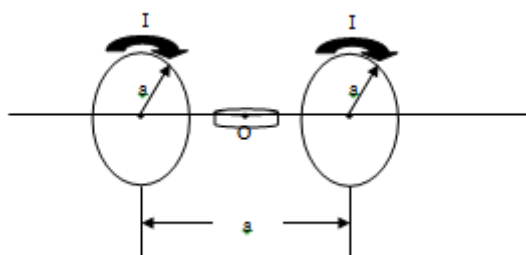


Figura 18-8

Como a direção do campo magnético resultante depende dos valores de  $B_h$  e  $B_a$ , podemos variar a direção do ponteiro da bússola variando o valor de  $B_a$ .

Observando a **Fig.18-7**, podemos escrever:

$$\vec{B}_r = \vec{B}_a + \vec{B}_h \qquad \tan \theta = \frac{B_a}{B_h} \Rightarrow B_h = \frac{B_a}{\tan \theta}$$

Se  $\theta$  for igual a  $45^\circ$ :  $B_h = B_a$

### Modelo de Estudo

1. O campo magnético resultante provocará um deslocamento no ângulo de deflexão da bússola, e será plotado um gráfico como função da corrente nas bobinas Helmholtz e o ângulo de deflexão da bússola.

2. A componente horizontal do campo magnético da Terra é determinada achando-se o valor médio que melhor representa o valor do campo artificial, isto é obtido, tomando-se o ângulo  $\theta = 45^\circ$  e obtendo-se graficamente a corrente correspondente, o que significa um valor médio para os valores medidos.

**Observação:** Antes de começar a medir, alinhe o conjunto bússola-bobinas na direção Note-Sul.

## 18.2. Guia do Experimento

# Campo da Terra

### OBJETIVOS:

Determinação da componente horizontal do Campo da Terra utilizando o Campo Magnético do Arranjo de Helmholtz consiste em um par de bobinas de raio  $R$ , onde a distância entre seus centros é igual ao raio. A bússola é posicionada no ponto médio e sobre o eixo das duas bobinas, de forma que o campo magnético artificial produzido pelo par de bobinas seja perpendicular ao eixo da bússola.

### MATERIAL UTILIZADO:

Par de bobinas de Helmholtz; fonte de tensão universal, multímetro digital, base de suporte, braçadeira de ângulo, cabo de conexão (750mm, vermelho), cabo de conexão (750mm, azul), bússola, suporte para bússola, potenciômetros.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Alinhe o conjunto bobinas de Helmholtz e bússola, de modo que o ponteiro da bússola indique a posição Norte – Sul.
2. Faça as ligações conforme a **Fig.18-9** ou o diagrama de bloco do kit.



Figura 18-9

3. Varie a corrente de 5 em 5 mA e meça a deflexão (ângulo), que a bússola sofre para cada incremento. Anote os valores na tabela abaixo. Faça medidas até  $60^\circ$ . Repita os procedimentos 3 e 4 duas vezes.
4. Coloque a fonte de Tensão na Posição 4V DC.

I (mA)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$\theta$ (°)											
$\theta$ (°)											
$\theta$ (°)											
$\theta$ (médio)											

Tabela 18-1

<b>18.3. Relatório</b>	<b>Peso</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>2,0</b>
a) Introdução teórica.	1,5
b) Material utilizado, Objetivos, Procedimento experimental e observações qualitativas do procedimento experimental.	0,5
<b>2. DESENVOLVIMENTO</b>	<b>7,0</b>
c) Apresentação dos dados obtidos.	0,5
d) Faça o gráfico de $\theta$ em função de $I$ em papel milimetrado	3,0
e) A partir do gráfico, obtenha a corrente correspondente a $\theta = 45^\circ$ e determine a componente horizontal $B_h$ do Campo Magnético da Terra. Lembre-se que está utilizando O campo de um Par de bobinas concêntricas e denominadas bobinas de Helmholtz.	2,0
f) Compare o valor obtido com o valor teórico (0,23 Gauss)	1,5
<b>3. CONCLUSÃO</b>	<b>1,0</b>
g) Comentário, sugestões e bibliografia.	1,0

**Obs.: Os relatórios deverão ter a estrutura de acordo com o APÊNDICE IV.**

---

## 19. Apêndice

### 19.1. APÊNDICE I: Conceito de Relatório

#### ***O QUE É?***

- A descrição de um trabalho realizado.

#### ***PARA QUE SERVE?***

- Registrar e/ou divulgar um trabalho realizado. É interessante notar que o relato de um trabalho científico, de um projeto de engenharia, ou simplesmente de um experimento de laboratório de disciplina de graduação pode ser dividido nas seguintes partes: Título; Objetivo; Material Disponível ou Necessário; Fundamentação; Procedimento e conclusões.

Detalhamento:

Título: Todas as coisas tem nome para serem identificadas, há a necessidade da identificação de seu trabalho.

Objetivo: Deve mostrar a finalidade do seu trabalho.

Material Disponível ou Necessário : A descrição do material com as suas características principais é útil no julgamento da decisão do método utilizado para chegar ao objetivo de seu trabalho. Esta parte muitas vezes é incluída individualmente na parte “procedimento”.

Fundamentação: Uma descrição fenomenológica dos conceitos envolvidos no experimento com as suas principais relações é útil para a compreensão dos procedimentos adotados para chegar ao objetivo de seu trabalho.

Procedimento: Nesta parte devem ser apresentados os resultados das suas medidas (tabelas, gráficos, cálculos, etc.) e uma descrição de como e porque foram feitas. Uma das razões desta descrição é melhor avaliar a precisão dos resultados do seu trabalho.

Conclusão: É nesta parte que se deve apresentar uma discussão sobre os resultados obtidos, métodos de medidas utilizados, tendo em vista o objetivo do seu trabalho.

### 19.2. APÊNDICE II: Conceito de Tabela

#### ***O QUE É?***

- Um resumo, com o máximo de informações, de uma série de medidas.

#### ***PARA QUE SERVE?***

- Dar uma visualização da relação entre grandezas de uma determinada série de medidas.

1. O título, com uma breve descrição do que se trata a tabela. Nos livros ou nas revistas científicas aparece na legenda da figura (no caso, da tabela).

2. No cabeçalho da tabela devem aparecer a abreviação da grandeza medida, bem como a sua unidade e, se for necessário, a potência de 10 pela qual devemos multiplicar os valores daquela coluna na tabela.

3. Os valores das medidas deverão constar com os algarismos significativos da medida. No exemplo, temos a precisão da medida da massa até 1 grama. Isto significa que a balança tem esta precisão.

4. Se as medidas forem feitas para esta determinada sistema é interessante colocar, também, as suas características. Assim podemos analisar com maiores elementos os dados da tabela.

5. É importante saber a convenção das abreviações no cabeçalho da tabela.

6. Muitas vezes é necessário saber a ordem em que foram feitas as medidas. Isto porque, algumas propriedades dos materiais dependem de sua história anterior, no caso seriam dos esforços anteriores.

*Exemplo: TABELA – MEDIDA DA TENSÃO E CORRENTE*

N	$V(V)10^{-3}$	I (A)
1	0,30	0,9
2	0,52	1,4
3	0,80	2,2
4	1,03	2,7
5	1,35	3,6

### Convenções

I = Corrente através do componente onde esta sendo feita a medida

V = A diferença de potencial no componente

N = Número de ordem das medidas

## 19.3. APÊNDICE III: Interpretação de Gráficos

### O QUE É?

- Um resumo, com o máximo de informações, de uma série de medidas.

### PARA QUE SERVE?

- Dar uma visualização da relação entre as grandezas de uma determinada série de medidas. Onde teremos:



1. O título, com uma breve descrição do que se trata o gráfico (nos livros e nas revistas científicas aparece na legenda da figura).
2. Os eixos devem ser identificados com a abreviação da grandeza da medida, bem como sua unidade e, se for necessário, a potência de 10 pela qual devemos multiplicar os valores deste eixo.
3. A escala (o valor da grandeza apresenta é proporcional ao comprimento utilizado para representá-la) deve ser marcada na folha de gráfico a intervalos iguais e com o número de algarismos significativos obtidos pela medida. No eixo das abscissas deve-se marcar a grandeza independente, no eixo das ordenadas deve-se marcar a grandeza dependente. O coeficiente de proporcionalidade da escala deve ser proporcional a 1; 2; 5 ou 10. Isto facilita a elaboração do gráfico e a sua utilização.
4. É importante saber a convenção das abreviaturas usadas nos eixos dos gráficos.
5. Os pontos experimentais podem ser marcados com um ponto centrado em um pequeno círculo.
6. Quando passar uma reta por pontos experimentais faça-a de tal modo que passe pela maioria dos pontos. Se não for possível, faça com que de cada lado da reta tenha praticamente o mesmo número de pontos e o mais próximo possível da reta. No caso de Ter um ponto razoavelmente fora da reta, repita as medidas destes valores.
7. Marque no gráfico os pontos utilizado para cálculos ou interpretação do significado físico do gráfico, por exemplo se trata-se de uma reta indique os pontos utilizados para calculo do coeficiente angular e linear da reta.

#### **19.4. APÊNDICE IV: Estrutura do Relatório**

Os relatórios devem conter a seguinte estrutura:

##### **FORMATO (TIPO DE PAPEL, TAMANHO DE FONTE, MARGENS)**

- Formato A4 (21,0 x 29,7 cm)
- Texto cor preta
- Ilustração pode ser colorida
- Fonte tamanho 12 para o texto Fonte tamanho 10 para citação longa, nota de rodapé, legenda e paginação; Fontes (Times New Roman ou Arial)
- Margens: superior 3 cm, inferior 2 cm, esquerda 3 cm, direita 2 cm; Parágrafo com recuo de 2 cm;
- Citação longa (+ 3 linhas) com recuo de 4 cm;

### ESPACEJAMENTO:

- Espaço 1,5 - todo o texto;
- Dois espaços de 1,5 - separando cada título e subtítulos do texto que os precede e os que sucedem;
- Espaço simples para - citação longa, nota de rodapé, referências, legendas;
- Dois espaços simples - entre uma referência e outra.

### PAGINAÇÃO:

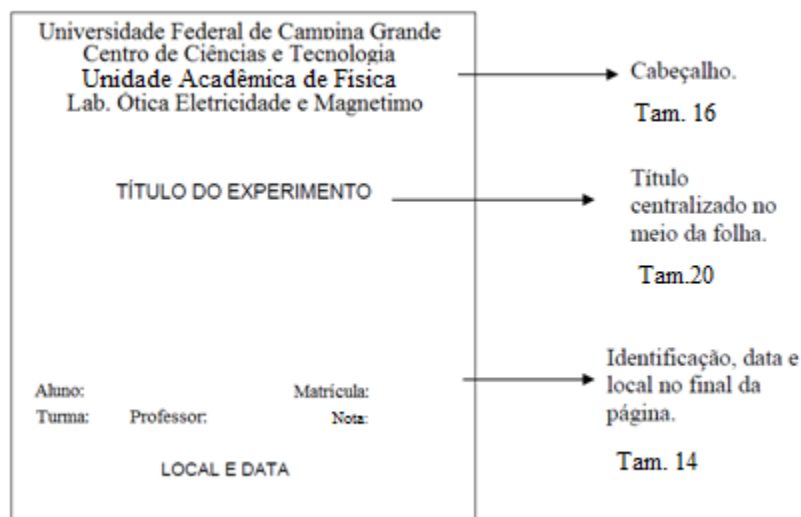
- As folhas do trabalho devem ser numeradas sequencialmente, em algarismos arábicos. A contagem será feita a partir da folha de rosto. A numeração, no entanto, deve aparecer somente a partir da primeira folha textual (introdução) e sendo consecutiva até o final do trabalho.
- De acordo com a NBR 14724 o número da página deve aparecer no canto superior direito da folha, a 2 cm da borda superior. (ABNT, 2005, p.8),

### REFERÊNCIAS

- Será usada a NBR 6023 da ABNT.

### CAPA

A capa deverá obedecer a seguinte estrutura:



### ANEXOS

Gráficos, notas de cálculos ou qualquer outro material extra deve ser colocado nos anexos.

## 19.5. APÊNDICE V: Propagação de Erro

a) Soma e Subtração o máximo desvio(erro) é a soma dos desvios(erros) individuais:

$$\delta_S = \delta_A + \delta_B + \dots \text{ (desvio absoluto)}$$

$$\text{Exemplo: Sejam; } R_1 = R_1 \pm \delta_{R1} \text{ e } R_2 = R_2 \pm \delta_{R2}$$

$$R_{eq} = (R_1 \pm \delta_{R1}) + (R_2 \pm \delta_{R2}) \Rightarrow R_{eq} = (R_1 + R_2) \pm (\delta_{R1} + \delta_{R2})$$

$$R_{eq} = (R_1 + R_2) \pm (\delta_{R1} + \delta_{R2})$$

$$R_{eq} = (R_1 + R_2) \text{ Resultado do resistor equivalente}$$

$$\delta_{Req} = \pm (\delta_{R1} + \delta_{R2}); \text{ desvio absoluto do resistor equivalente.}$$

Na soma ou subtração o desvio será sempre igual à soma dos desvio individual máximo de cada um das parcelas; qualquer que seja a quantidade de termos:

$$\delta_{Req} = \pm (\delta_{R1} + \delta_{R2} + \dots)$$

b) Produto ou quociente; não existe como soma os desvios(erros) absolutos individuais, portanto devemos calcular os desvios relativos de cada parcelas

individuais somando-as obtemos os desvio(erro) relativos do produto ou quociente a partir deste obtemos o desvio(erro) absoluto desejado: Para multiplicação; obtêm-se o desvio absoluto do produto multiplicado-se o produto pelo desvio relativo correspondente.

$$\delta_R = \delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots$$

$$\delta_P = A.B(\delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots)$$

$$\delta_Q = A/B(\delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots)$$

$$\delta_P \text{ — desvio absoluto do produto}$$

$$\delta_Q \text{ — desvio absoluto do quociente}$$

AB — produto A vezes B

A/B — quociente A por B

$\delta_{RA}$  —  $\delta_A / A$  — desvio relativo de A, desta maneira calcula-se os desvio relativo de cada parcela

Para o produto ou Quociente:

Sejam:  $R_1 = R_1 \pm \delta_{R1}$  e  $R_2 = R_2 \pm \delta_{R2}$

O produto P:  $P = (R_1 \pm \delta_{R1})(R_2 \pm \delta_{R2}) \Rightarrow$

$$P = R_1 \cdot R_2 \pm R_1\delta_{R2} \pm R_2\delta_{R1} \pm \delta_{R1}\delta_{R2}; \text{ Portanto 4º fator da direita da}$$

equação pode-se ser desprezado em relação aos outros fatores na soma, ficando:

$$P \pm \delta_P = R_1 \cdot R_2 \pm R_1\delta_{R2} \pm R_2\delta_{R1}; \text{ onde } P = R_1 \cdot R_2 \text{ e}$$

$$\delta_P = \pm R_1\delta_{R2} \pm R_2\delta_{R1}$$

$$\delta_P = \pm R_1\delta_{R2} \pm R_2\delta_{R1}, \text{ desvio absoluto do produto}$$

Desvio Relativo do produto:  $\frac{\delta_P}{P} = \frac{\delta_{R1}}{R_1} \pm \frac{\delta_{R2}}{R_2}$ ; para obtermos o desvio absoluto a partir do desvio relativo multiplica-se o desvio relativo pelo Produto, isto é,

$\delta_P = P\left(\frac{\delta_P}{P}\right) \Rightarrow \delta_P = R_1 \cdot R_2 (\delta_{R1} + \delta_{R2})$ ; o desvio é máximo quando soma-se o desvio individual de cada parcela.

Para o Quociente Procede-se da mesma maneira;

$$Q = R_1 / R_2 \Rightarrow Q \pm \delta_Q = R_1 / R_2 \pm (\delta_{R1}/R_1 + \delta_{R2}/R_2);$$

Para obtermos o desvio absoluto a partir do desvio relativo faz-se da mesma forma:

$$\delta_Q = (R_1 / R_2)(\delta_{R1}/R_1 + \delta_{R2}/R_2)$$

$$\delta_Q = A/B(\delta_{RA} + \delta_{RB} + \dots)$$

## 19.6. APÊNDICE V: Figuras de Lissajous

**OBJETIVOS:** Observar, experimentalmente, as figuras de Lissajous. Medir a defasagem entre dois sinais, utilizando o osciloscópio.

### FIGURAS DE LISSAJOUS (TEORIA)

A composição gráfica de dois movimentos ondulatórios, um na horizontal e outro na vertical, resulta na chamada Figura de Lissajous.

Uma figura de Lissajous é uma imagem formada sobre a tela de um osciloscópio quando se aplicam simultaneamente tensões senoidais (em geral de frequências distintas) às placas defletoras horizontais e verticais. Uma das principais aplicações das figuras de Lissajous é a determinação de uma frequência desconhecida comparando-a com outra, conhecida.

A frequência sobre as placas horizontais é a proporcional a frequência sobre as placas defletoras verticais. O número de pontos (lobos) de tangência sobre as linhas horizontais e verticais é mais facilmente contado quando a figura de Lissajous é estável (não se move) e quando é simétrica. Na figura, temos várias figuras de Lissajous e suas respectivas relações.

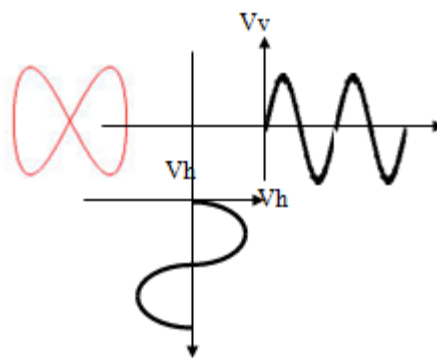


Figura 19-1

Usando figura de Lissajous para medidas de sinais: existem duas formas para se medir amplitudes, frequência e fase de sinais senoidais.

#### *Sinal único*

Com a ajuda de um gerador de sinais senoidais ligado a uma das entradas do osciloscópio, podemos descobrir as características de qualquer sinal senoidal que seja aplicado na outra entrada.

Esse fato torna as figuras de Lissajous um importante recurso para o diagnóstico de problemas em equipamentos ou ainda para a medida de frequências, sem que para isso seja necessário usar um frequencímetro.

Para medir a frequência de um sinal empregando as figuras de Lissajous, o que precisamos fazer inicialmente, é aplicar o sinal desconhecido numa das entradas do osciloscópio, por exemplo a vertical. Na horizontal, vamos ligar um gerador senoidal e ajustá-lo até que tenhamos uma figura estável em que possamos contar o número de lobos ou protuberâncias formadas.

Vamos supor que, conforme a figura abaixo, tenhamos três lobos na parte horizontal e um na vertical. Daí:  $F_H / F_V = N_H / N_V$ , temos:

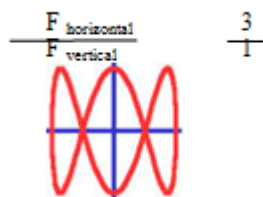
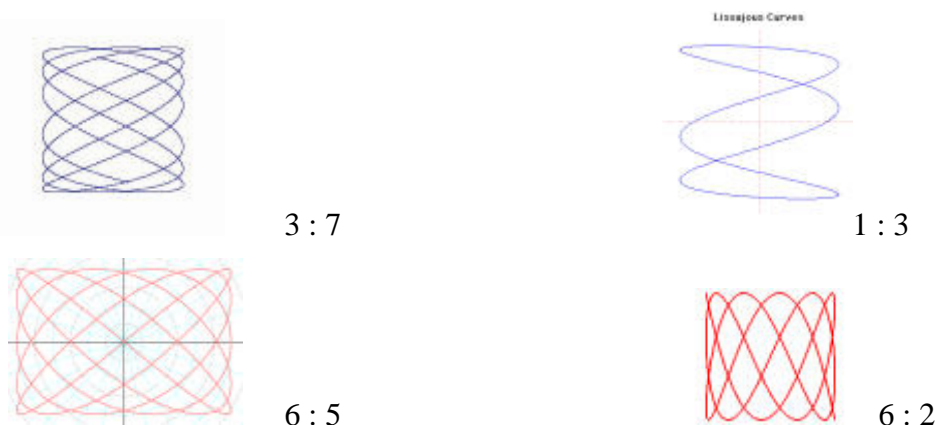


Figura 19-2

Sabemos que a relação de frequências para esses sinais é de 3 para 1. Dessa forma, se a frequência do sinal aplicado na varredura horizontal que serve como referência for de 3000Hz, por exemplo, a frequência do sinal desconhecido será 1000Hz. O operador deve ter o maior cuidado no ajuste do gerador de sinais, isso deve ser feito de forma vagarosa para que possa encontrar uma posição em que a figura tenha poucos lobos tanto na horizontal como na vertical, e assim fique fácil de contá-los. Uma relação de frequências de 235 para 234, por exemplo, não apenas tornaria praticamente impossível a contagem dos lobos como também não poderia ser obtida com a devida estabilidade. Nas figuras abaixo, temos diversas relações de frequências.



### Dois sinais

Neste caso, podemos usar as figuras de Lissajous para medir a fase entre eles. Basta aplicar os sinais nas entradas vertical e horizontal do osciloscópio (que terá sincronismo interno desligado) e analisar a figura formada.

Outra aplicação interessante das figuras de Lissajous é na determinação do ângulo de fase, pois os diagramas são formados pela aplicação de tensões senoidais às placas defletoras que têm a mesma frequência e amplitude, mas com diferenças de fase. As imagens só podem ser obtidas se a amplitude da voltagem às placas defletoras verticais é a mesma que a da voltagem aplicada às placas horizontais. Se uma delas difere, a imagem nunca será circular, mas sempre elíptica. Por conseguinte, se utilizarmos estas imagens para medir a diferença de fase entre as voltagens senoidais

devemos nos assegurar de que ambas tenham a mesma amplitude, de modo a podermos calibrar a tela.

Quando aplicarmos às duas entradas do osciloscópio, sinais de uma mesma frequência, teremos na tela, uma figura de Lissajous onde é possível determinar-se o valor da defasagem entre eles. Chamamos de defasagem, a diferença de fase entre dois sinais de mesma frequência. Para exemplificar, temos na próxima figura o sinal  $V_1(t)$  e o sinal  $V_2(t)$ , plotados nos mesmos eixos:

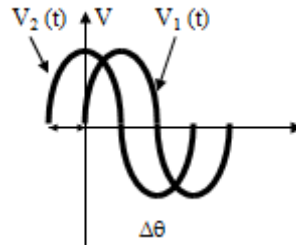


Figura 19-3

$$V_1(t) = V_{1\text{máx}} \text{sen}(wt + 0^\circ)$$

$$V_2(t) = V_{2\text{máx}} \text{sen}(wt + \pi/2)$$

A defasagem entre  $V_1$  e  $V_2$  é de  $\Delta\theta = +\pi/2$  rad ou  $90^\circ$

Para dois sinais quaisquer de mesma frequência e defasados, teremos na tela do osciloscópio uma elipse como figura de Lissajous. Na figura abaixo, temos a composição de dois sinais defasados e a elipse resultante.

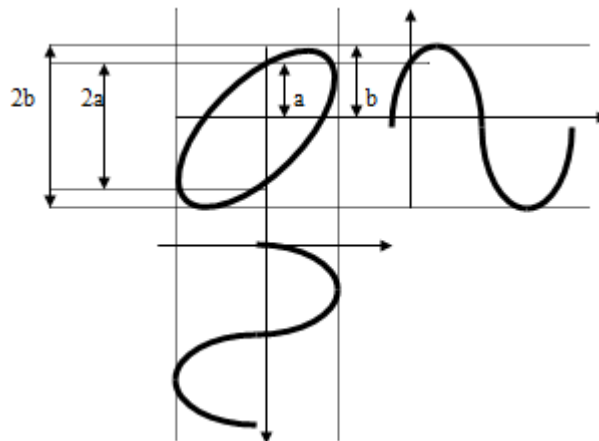


Figura 19-4

O sinal  $V_v$  obedece à função:

$$V_v(t) = V_{v\text{máx}} \text{sen}(wt + \Delta\theta)$$

$$V_{v\text{máx}} = b$$

$$V_v(t) = a, \text{ para } t = 0$$

Substituindo, temos que:

$$a = b \text{ sen}(w \cdot 0 + \Delta\theta)$$

$$a = b \sin (\Delta\theta)$$

$$a / b = \sin (\Delta\theta)$$

$$\Delta\theta = \arcsin (a/b)$$

Para determinarmos a defasagem através da elipse obtida, basta obtermos os valores de **a** e de **b**, onde **a** representa a distância entre o centro da elipse e o ponto onde esta corta o eixo y e **b** representa a distância entre o centro da elipse e o ponto máximo da figura, podemos determinar os valores de 2xa e 2xb e calcular a defasagem, utilizando a relação:

$$\Delta\theta = \arcsin ( 2a / 2b )$$

A seguir temos um conjunto de possibilidades de figuras de Lissajous possíveis de serem visualizadas.

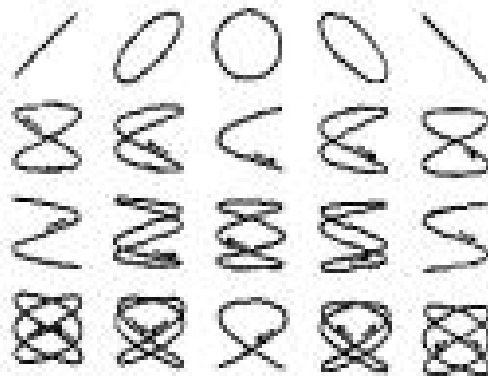


Figura 19-5

## PARTE EXPERIMENTAL:

**Material utilizado:** Gerador de sinais; Varivolt 220V ajustado numa amplitude de saída baixa; Capacitor de 100 nF; Resistores: 4,7 K $\Omega$ , 10K $\Omega$ , 47K $\Omega$ , 100K $\Omega$  e 470K $\Omega$ .

Ligue à entrada vertical do osciloscópio, o gerador de sinais ajustado para onda senoidal e amplitude máxima, e à entrada horizontal a saída do varivolt numa escala de aproximadamente 6 V<sub>ac</sub>.

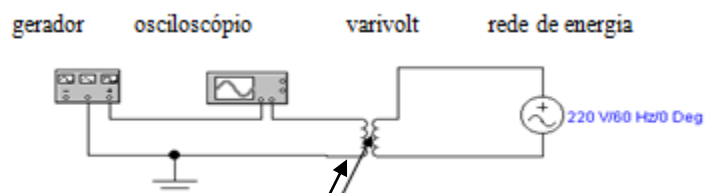


Figura 19-6



Varie a frequência do gerador de sinais, conforme a **Tab.19-1** abaixo. Anote a figura e determine a relação de frequências.

$F_H(\text{Hz})$	$F_V(\text{Hz})$	$N_H$	$N_V$	$N_H / N_V$
60	15			
	20			
	24			
	30			
	40			
	60			
	90			
	120			
	150			
	180			
	240			

Tabela 19-1

Monte o circuito da figura abaixo com o gerador ajustado em 60 Hz, amplitude máxima e onda senoidal.

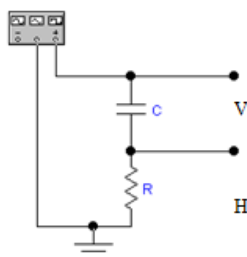


Figura 19-7

Meça e anote os valores de 2 a e 2 b de acordo com o capacitor e resistores, indicados na **Tab.19-2** abaixo.

Capacitor	Resistor	2a	2b	2a/2b	$\Delta\theta$
100nF	4,7K $\Omega$				
	10K $\Omega$				
	47K $\Omega$				
	100K $\Omega$				
	470K $\Omega$				

Tabela 19-2

## RELATÓRIO

Comprove a relação  $F_V/F_H = N_V/N_H$  com os valores da **Tab.19-1**.

Faça todas as figuras solicitadas na parte experimental.

Calcule a defasagem, utilizando os valores obtidos na **Tab.19-2**, para cada valor de resistor. Anote os resultados na própria tabela.

Calcule o valor da frequência desconhecida através das figuras de Lissajous, vistas na tela do osciloscópio.

### ***Conclusão***

O engenheiro deve estar familiarizado com as figuras de Lissajous e seu uso.

Na indústria, onde problemas de defasagem de sinais da rede de energia são importantes para se determinar o fator de potência, por exemplo, o uso das figuras de Lissajous se mostra em especial de grande utilidade, eliminando assim a necessidade de outros equipamentos.·.

---

## BIBLIOGRAFIA

RESNICK, Robert; HALLIDAY, David, Física Volume 3, 3ª Edição – Livros Técnicos e Científicos. Editora S. A., 1980.

HALLYDAY, David. *Fundamentos de Física – Óptica e Física Moderna*. Rio de Janeiro : LTC, 2009.

KELLER, Frederick J.; GETTYS W. Edward, Física Vol. 2, 2ª Edição – Makron Books do Brasil Editora Ltda., 1999.

LUIZ, Pedro; FURTADO, Meinardo. **Apostila de Óptica 1992.**

TIPLER, Paul, Física Vol. 3, 3ª Edição, Livros Técnicos e Científicos. Editora S. A., 1991.

TIPLER, Paul A. *Física para cientistas e engenheiros vol 4*. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

SERWAY, Raymond A., Física Vol 3, Livros Técnicos e Científicos. Editora S. A., 1996.

BOYLESTAD, Robert, Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos, 3ª Edição, Editora Prentice-Hall do Brasil Ltda., 1984.

ROMANO, Cláudio , Eletrônica Geral, Vol. 2, 1ª Edição, Editora Brasiliense.

BRAGA, Newton C., Revista Curso de Instrumentação Eletrônica: Multímetros, Vols. I e II, 1ª Edição, Editora Saber Ltda., 2000.

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. *Física IV – Eletromagnetismo*. São Paulo: Pearson , 2004.

---